Vol.45 Nos.1/2 通信総合研究所季報 March/June 1999
pp.3－18

解　説

2. 四次元時空と基準座標系

細 川 瑞 彦*

2. FOUR DIMENSIONAL SPACE-TIME AND REFERENCE FRAME

By
Mizuhiko HOSOKAWA

Einstein's theory of relativity shows us that Space and Time should be considered as the unified 4 dimensional space-time. According to this theory, Spatial Reference Frame and Time Scale are the parts of 4 dimensional reference frame. In this paper, the concept and the outline of modern 4 dimensional reference frame is reviewed. Also an introduction to the Lorentz transformation and Minkowski space is attached.

［キーワード］ 基準座標系，時系，相対性理論
Reference frame, Time scale, Relativity

1. 序

経験から我々は3次元の空間の広がりと過去から未来へ続いていく1次元の時間を感じている．この空間の広がり，時間の流れの中で物体の場所や出来事の時刻を定め，記述していくには，その位置関係を表すもの，座標系が必要となる．座標系は，通常は時間座標（時系）と空間座標（以前の狭い意味での座標系）とに分けられている．現在では，それらは4次元時空座標の枠組みの一部であると考える，という合意が天文学者の間などで得られている．実際には現在でも時間と空間それぞれ独自の座標系が構築，維持されてはいるが，それらをあわせるときちんとつじつまのあった4次元時空座標が実現されるように取り決められている．当所で発生，維持している高精度周波数標準と，それからつくられる時系も，現在では4次元基準座標系の時間部分として考えなければならない．また，日本語ではひとくちに座標系と呼ぶことが多いが，さらに細かく見ると，座標系を規定する概念，考え方を “Reference System” と呼び，実際にそれによって実現された座標系自身を “Reference Frame” と呼ぶ，というように分けられている．

座標系の，そして時系の高精度化の歴史は，そのまま我々の世界認識の歴史でもある．利用する側からの要求に応える形で高精度化が進められたこともあれば，高精度化されたために思わぬ地球や宇宙の姿が解明されたこともある．特に時系の高精度化は世界認識の深化との関わりが深い．第1表に時計と時系の発展の簡単な年表を記しておく．

座標系の設定は基本的には人為的なものであり，設定の自由度はあるが，この世界の法則と人間の使いやすさ，理解しやすさによって便利な座標系とそうでないものとはある程度判別される．座標系は，なるべく共通のものを定めておくほうが議論をかみ会わせるためには便利であるが，一方で都合の良い座標系は目的によって異なるものでもある．その結果，広く共通な座標系といっても万能のものはなく，現状では目的に応じていろいろなものが使い分けられている．

一般論としてどのような座標系を取ることができて，目的に応じてどのような座標系が便利であるのか，具体的にどのような座標系が使われているのか，その構築方法や達成されている精度などについてここでは振り返ってみる．第2節では時間と空間を時空という統一されたものとして見る必要性を概観し，第3節では時系と座標系の重要な性質である一様性について振りかえる．第4

＊ 標準計測部 周波数標準課

第１表　時計と時系の歴史

年代	事項	意義
600B.C.頃	サロス周期	黄道と白道の18.6年の周期性
BC45	ユリウス歴	１年＝365.25日
1582	グレゴリオ暦	１年＝365.2425日
1675	ホイヘンスの振り子時計	太陽暦の非一様性（地球公転軌道が楕円）
1760	クロノメーター	安全確実な大西洋横断航海
19世紀後半	ルヴェリエの天体暦	水星の近日点移動のニュートン力学の不一致
1915	一般相対性理論	曲がった時空の概念，水星の近日点移動を説明
1920年代	振り子時計の改良	章動の影響，恒星時の周期的変動
1930年代	同上	潮汐摩擦による地球自転速度の減衰
1940年代	水晶時計の実用化	平均恒星時の非一様性（地球自転の不規則変動）
1950年代	原子時計の実用化	高精度時系，周波数標準 VLBI への可能性
1956	暦表時による秒の定義	
1958	原子時の開始	
1967	原子時による秒の定義	
1972	UTC（原子時＋うるう秒）	

節で現在の座標系構築の基礎となっている曲がった時空の性質と捉え方を検討した後，第５節で空間座標系と時系の構築手順，第６節でその具体例を見る．

2. 時間，空間から時空へ

かつては空間３次元と時間１次元は別々に規定されるものと思われてきたが，相対性理論の発展によってそうではないことが明らかになってきた．これは1905年にアインシュタインによって導かれた特殊相対性理論[1]において，運動する物体から世界を見直すことは時間座標と空間座標が入り交じるような座標変換をすることである，ということが示された（付録参照）ことによる．その効果のおよその大きさは，距離と時間の尺度に関しては物体の運動速度と光速度の比の自乗で評価ができる．

$$相対論効果 \sim (物体の速度/光の速度)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

地球自身が太陽系のなかを30km/sという，光のおよそ一万分の一の速度で運動しているので，太陽系の中での地球という見方をする際には一億分の一程度，時間と空間が入り交じる効果が現れることになる．1915年，再びアインシュタインによってつくられた一般相対性理論[2]では曲がった空間の効果を考えるが，その効果の大きさは単位質量当たりのポテンシャルエネルギーと光速度の自乗の比で評価でき，自由運動する物体に関しては，ビリアル定理より特殊相対論の場合と同程度のものが得られることがわかる．これらは様々な実験によって検証されてきており，現在の測定精度ではその大枠は疑いのないところとして認められている．以前はあまり現実と関わりない観念的なものと思われることも多かったが，測定精度の向上から，測地や天文のより広い範囲に置いて空間と時間の関わりを取り入れる必要が生じてきている．特に1950年代以降の原子時計の急速な進歩[3]と，それに伴うVLBI（超長基線干渉計），SLR（衛星レーザ測距）などの高精度時空計測技術[4~6]では，時空の歪みというごくわずかな量でさえ無視できない存在となっている．例えば現在の時刻，周波数標準器の確度は10^{-15}に達しつつあるが，これは10m/s,時速に直すと40km/h程度の速度による相対論効果が見えてくる，と言うことを意味している．多くの人たちの研究と改善の工夫により，1991年，アルゼンチンで開催された第21回国際天文学連合総会において「時間標準は４次元時空の基準座標系の一部として捉えられるべきであり，その４次元時空基準座標系は一般相対性理論に基づいて記述すべきである」という勧告[7]が採択された．今後はこの勧告に従って基準座標系が定められていくと思われる．

以下では単に座標系，あるいは基準座標系という言葉で４次元基準座標系を表し，時間，空間の限られた座標系に対してはそれぞれ時系，空間座標系という名を用いることにする．実際によく使われる基準座標系として，太陽系重心座標系，地心座標系，地球座標系などがある．通信総合研究所は独自の原子時系の発生，維持供給[8]を行っており，またこれは国際原子時（TAI）[9]にも寄与している．原子時系はもともとは地球座標系の時系であるが，実際に最も高精度，高安定で発生，維持が可能なため，現在は他の座標系の時系もこれに準拠する形で定められている．

3. 時間の一様性，空間の一様等方性

我々は多くの場合，無意識に時間と空間は一様なものと思っている．たいてい，無意識のうちにこの場所の１ｍとあの場所の１ｍは同じもの，と思っているし，過去の１秒と現在の１秒が違う単位かもしれないとは考えな

いのが普通であろう．しかし一様な時間，空間というのは古来からの漠たる信仰のようなものではないだろうか．これは一見，定義の問題，いかに時間と空間の単位の定義を行うかだけの問題に見えるかもしれない．しかしその根本には，違う場所の１ｍ，異なる時刻での１秒をすべての時空にわたって同等にとりうるのか，という問題が潜んでいる．この問題を科学的な点から初めて取り上げたのはガリレオであり，さらにこれを明確な主張にまで高めたのはニュートンといって良いであろう．ガリレオは振り子の等時性，相対性原理を発見した．ニュートンは絶対時間，絶対空間という，現代では支持されることが少なくなった概念を展開した(10)が，一方で，彼の築き上げた力学において第一の法則とされた慣性の法則，これが一様な時間と一様等方な空間を規定するものとなっている．外から何の作用も受けない場合，物体の運動はある時刻，ある場所での状態をすべての場所，時刻でそのまま維持していく，ということが．

蛇足だが，ニュートンの第一法則は，第二法則，運動方程式において力をゼロとした特別の場合を表すだけ，という誤解が時として見受けられる．この慣性の法則が時空の性質を規定するものであることをここで強調しておきたい．慣性の法則はニュートン力学のみならず，特殊相対論的力学においても採用される，時空を規定する基本法則である．

一様な時空が認められると，物理学ではネーターの定理によって一様性（対称性）と保存則の関連が明らかになる(11)．エネルギーが保存するのは時間が一様であるからであり，空間の一様性（並進対称性）が運動量の保存を保証し，空間の等方性から角運動量保存が導かれる．一様な時空では運動方程式は，特別な見かけの力を導入することなく成り立つし，何より，時空が一様であることが，違う場所で別の時刻に行った実験の同等性，再現性を保証してくれる．このように考えると，基準座標系の取り方としてまずは，取れるものなら時空のすべてにおいて時間と空間が一様になるように取るのがよい，ということが分かる．このように取った，あるいはとれた座標系が慣性座標系（慣性系）と呼ばれるものである．ひとたび慣性系が得られると，相対性原理によればその座標系と等速度運動をするすべての座標系が慣性系となる．

全ての場所，全ての時刻で長さと時間の単位は同じにとれるという時空の一様性はニュートン以来，特殊相対論による時空概念の変革にも耐え，時空を考える際の基礎として採用されてきた．この基礎が揺らいでくるのは非ユークリッド幾何学の発展を経て一般相対性理論が実際の時空に関する理論として登場してきてからである．

もし時空が不規則に曲がっているものだとすると，全ての場所，全ての方向において一様な長さと時間の単位を採ることが不可能になる．重力は全ての物体に共通に作用する，ということへの着眼から築かれた一般相対性理論では，物質のエネルギー，運動量の分布が時空の曲がり方を決定する，という形に基礎方程式がまとめられた．この方程式から導かれる結果は全て実験的にも，現在までの測定精度において正しいことが確認されてきている．つまり厳密な意味では，時空の一様性は成り立たないことがわかっている(12)．しかし基準座標系において実用的に重要なのは，限られた範囲においては常に十分な精度で平ら（慣性系）とみなせる座標系を採ることが可能，ということである．これは重力が存在することと座標系に見かけの加速度がかかっていることは局所的に同等，という「等価原理」からの帰結であり，この十分な精度での限られた範囲，というのは太陽系の天体による重力を考慮する際にはいまのところ十分な範囲が得られる．また，相対論効果は（物体の速度/光の速度）^{2}，あるいは（単位質量当たりのポテンシャルエネルギー/光速度の自乗）で展開することが出来，太陽系内では前者は10^{-4}，後者も10^{-8}程度であるので，現在のもっとも高精度な標準である周波数標準の10^{-15}という精度を考える際にも前者の高々４次，後者では２次までの項に展開することで相対論効果を十分な精度で取り入れることが可能になる(13,14)．

このように現在の基準座標系は一般相対論の枠組みの中で，出来るだけ時空が一様に見えるような座標系をまず探し，それに時空の曲がっている効果などを展開して取り入れていくことによって，一様な時空に十分な精度が得られるまでの補正を行うというようにして築かれている．

4. 曲がった時空の表現

一様な時空に曲がりの効果の補正を行う，といっても具体的なイメージは得られにくい．時空が曲がっているというのはどういうことであり，どうすることがその曲がりの効果を取り入れることなのかを考えてみる．

一様な時空のなかで座標系を定めると，同時に全空間において長さの尺度を定め，全時間において時間間隔の尺度を定めることができた．例えば空間の座標軸に１ｍ刻みに等間隔で目盛りを付け，その目盛りから座標軸に平行な線を引いて仮想的な網目を張ることが出来るし，時間軸に１秒刻みで等間隔の目盛りを付けることも可能である．しかし時空が曲がっている場合には，このような目盛りの取り方は不可能となる．

具体例として３次元球の表面を考えてみよう．これは曲がった２次元空間の一例である．地球儀でもボールでも，なにか手近な球を思い浮かべて欲しい．この表面のほんの一部に，直交する二つの方向に等間隔の線の網目を描いていくことは容易に見える．では球面全てにわたっ

て，直交する等間隔線の網目で覆えるだろうか．試してみるとすぐわかるように，ある一部分に対してはうまく引けたように思えた等間隔の線が，球全体に延長していくとどうにも等間隔にならなくなってくるか，線が曲がってしまうのが理解できよう．では地球表面のような球面に対してどうしているかを振り返ってみる．地表での位置を表すのには緯度と経度が良く用いられる．緯線と経線で張られる座標の網目によって，地球上の全ての場所を系統的に表すことが出来るが，地球儀を見るとわかるように経線の間隔は赤道で一番広く，高緯度にいくに従って狭くなっていき，極ではついにゼロとなる．このため，経線間の間隔については目盛りと長さの換算率が必要となる．球面の場合にはこの換算率は非常に簡単で，緯度のコサインとなる．つまり cos(緯度) を経度目盛りの間隔に掛けることで，どの緯度でも正しい経線間の間隔を知ることが出来る．

この事情は時空でも，どんなに次元が高く曲がりくねった空間を考えるときにも共通のものである．まず，対象となる空間をすべて系統的に覆うことの出来る座標目盛りを設定する．次にその空間の各点で各方向での，座標目盛りと真の距離の換算率を与える．この二段階の手続きによって対象となる空間での位置と長さをともに決められる座標系が完成する．この第二段で必要となる座標目盛りと真の距離の換算率をすべての方向について組にし，時空の各点 $x^\mu = (ct,\ x,\ y,\ z)$ の関数として表わしたものが数学的には計量テンソル $g_{\mu\nu} = (ct,\ x,\ y,\ z)$ と呼ばれるものである．ここで添字 μ や ν は 0 から 3 の直をとり，第 0 成分が時間成分，第 1 ～第 3 成分が空間成分を表わしている．計量テンソルを用いると，x^μ の点での 4 次元微小線素ベクトル $dx^\mu = (cdt,\ dx,\ dy,\ dz)$ の 4 次元時空での長さの二乗 ds^2 は

$$ds^2 = \sum g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad \cdots\cdots (2)$$

と表わされる．

一般相対性理論では，計量テンソルは時空内の物質分布がわかった上で，重力場の方程式の解として得られる．重力場の方程式を厳密に解くことは一般に非常に難しいが，地球近傍で 16 桁程度までの精度に話を限れば，先に述べたような一様に近い扱いやすい座標系では，ニュートンの重力ポテンシャルを用いて比較的容易に書き下すことが出来る．参考までにポストガリレアン近似と呼ばれる近似のもとでの一般相対性理論の計量テンソルの表現を記しておく[13]．

$$g_{00} = -1 + (2U/c^2)$$
$$g_{jj} = 1 + (2U/c^2)\ \ (j = 1,\ 2,\ 3)$$
$$g_{\mu\nu} = 0\ \ (\mu \neq \nu) \quad \cdots\cdots (3)$$

さらに高い精度が要求されるときにはパラメトライズドポスト・ニュートン近似を用いて Einstein-Infeld-Hoffmann（EIH）計量テンソルと呼ばれる，より高次の項を含んだ計量テンソルが近似解として使われる[13]．

ひとたび計量テンソルが得られたならば，その座標系は長さと時間の計量の問題に対して原理的には必要十分な基準座標系ということができる．しかしながら実際には，そこへ到達するまでの考え方，構築手順，実際に実現される精度にはさまざまなものがある．

続く 5 節と 6 節で，空間基準座標系と時系を定める一般的手続きを述べる．

5. 基準座標系の構築

実際に基準座標系を構築するにはいくつか考え方とそれに応じた手順がある．まず，属性主義的な構築と構成主義的な構築方法に大別される[13]．属性主義的な構築とは，つくる座標系の満たすべき特性を列挙し，それを満たすように座標系を構築していくことであり，構成主義的な構築とは，ひとつ基準座標系が得られている場合，それを元にして座標変換を行うことにより新たな座標系を構築していくことである．構成主義的な構築は現代測地学第 3 章[13]に詳しい．ここではおもに属性主義的な構築方法について見ていくことにする．

一般に構築の手順は大まかには，理論モデルを定めることとその具体化や実現をすることの二つの段階に分けられる．これらは Kovalevski[15]によるとさらに細分化され，以下の 5 段階に分けられる．

1．つくる座標系の概念を定めること，
2．必要とされる精度で矛盾が起きないよう座標系を設定する時空の物理構造を定めること，
3．時空の物理構造を実際に扱えるようにモデル化すること，
4．モデルの中で座標系を定めるのに最低限必要なパラメータを決定すること，
5．実際に扱いやすいよう，座標系を拡張していくこと．

より大きく見るなら 1 ～ 3 は，座標系の従う時空の理論的モデルを定めることであり，4 と 5 はそのモデルの上での座標系の具体化，といえよう．概念設定の段階では，さらに運動学的な座標系か力学的な座標系なのか，という点で区別が行われる．例えば次章で見る太陽系重心座標系では太陽系天体の運動を力学的に，運動方程式の解と比較解析して方向基準が定められるので，力学的基準座標系と呼ばれるのに対し，天球座標系は，実質的には太陽系重心座標系と同じものであるが，方向の定め方が「全天の恒星の見かけの動きの平均はゼロである」もしくは「遥か遠方にあるクエーサーの位置は不変である」という指導原理の元に，力学抜きで運動学的に決定されるため，運動学的座標系と呼ばれる．

以上によって空間の基準座標系の構築手続きの概観が

得られたことと思う．一方，時系は，広い意味での４次元基準座標系の時間部分であるので，その構築は基本的には前節で述べた構築手続きに準拠したものになる．しかしながら時系にはこれに特有の性質，注意点があるのでとくにそれらの点に留意しながら考えていく．

まず，時間の定め方には積算時と力学時がある．前者は周期性のある現象の繰り返しを数えることによって時間を決めるというもので，後者は比較的単純な系に対し運動方程式の解と現象が一致するように時間を決める，というものである．暦表時 Ephemeris Time は力学時の例であるし，原子時 Atomic Time は原子の振動数を数えていく積算時の例となっている．力学時はその概念上，物理学には非常に重要であるが，一方で観測，解析，決定には多くの労力を要し，可能な場合には積算時を採るほうが実用上は便利な点が多い．

さらに時間には，固有時と座標時という二種類があって，これは厳密に区別する必要がある．空間的距離にも座標長さと固有長さがあってこれらは区別されなければならないが，時間の場合には時計という事実上一点に存在し，運動させることも可能な計測装置で測るものであるため，この区別は一層重要になる．それ自身狂いのない正確な時計があったとしよう．物体の固有時とは，ある物体にこの正確な時計を付随させて運動させた場合にその時計によって測られる時間ということが出来る．これに対し座標時は，空間座標系のどこか一点（通常は座標原点）に正確な時計を静止させて基準とし，それを座標系全体にわたって定義する時間である．事象の時刻指定には便利であるが，他の点での真の時間の進み方は，各点ごとの換算率，計量テンソルから固有時を求めなければならない．何故このような区別が必要になるかというと，一般相対論によって明らかになったこの世界の時空構造が，時間については次のような性質を持っているためである．それは，物理法則にしたがって精密に造られた正確な時計は，ひとつ座標系を決めると運動の速度が早くなればなるほど，また，置かれている場所の重力ポテンシャルの絶対値が大きくなればなるほど，その進み方が遅くなるという性質である．このために時計の測る時間は場所ごとに，また，その運動ごとに変わってしまうため，時空全体にわたる座標時の定義にはその座標系に静止した時計，という制限と，各点，各時における換算率，というものを求めておくことが，時空全体にわたって矛盾無く時刻を設定するためには必要不可欠になる．

以上を踏まえ，時系の構築は，基準座標系の構築手続きにならって，1．概念設定，2．物理構造の決定，3．モデル化，4．具体化，5．拡張，という手続きによって構築される[15]が，時系の場合は拡張に相当するのは系全体への「供給」である[9]．

6. 基準座標系の例

6.1 1991 年 IAU 勧告 A4

前章の手続きに従って実際の座標系が構築されていく様子を，いくつかの例についてみてみよう．実際によく用いられる基準座標系としては，天球座標系，太陽系重心座標系，地心座標系，地球座標系などがある．これらに対応する時系として，太陽系重心座標時，太陽系重心力学時，地心座標時などがあるが，現在ではこれら空間座標系と時系とは切り離して構築出来るものではなくなっている．1991年 IAU 勧告 A4[7] は 1994 年に決議として採択されたが，これに従う形で，現在の天球座標系，地球座標系は定められている．この IAU 勧告 A4 のうち，最初の４つの内容を簡単に見てみる．

Recommendation Ⅰ　一般相対論の採用

時空の基礎理論としてはアインシュタインの一般相対性理論を採用する．系の重心を中心にとる座標系では，計量テンソルとして測地線の線素の２乗が

$$ds^2 = -[1-(2U/c^2)](dx^0)^2 + [1+(2U/c^2)][(dx^1)^2+(dx^2)^2+(dx^3)^2] \quad \cdots\cdots (4)$$

で表わされるようなものを用いる．ここで x^0 は時間座標であり，x^1, x^2, x^3 は 互いに直交する空間座標である．

Recommendation Ⅱ　時空の基準

空間座標の基準の方向は遠方の系外銀河に対して無回転であるように選ぶ．時間座標は，地上の原子時計によって実現される時系から導かれること，長さと時間の単位は SI 単位を採用する．

Recommendation Ⅲ　時空の原点の規定

系の重心を中心にとる座標系では，座標時の測定の単位は SI 秒と無撞着になるよう選ぶ．座標時の読みは，地球中心において，TAIの1977年１月１日正零時が1977年１月１日零時零分 32.184 秒となるようにする．地球重心と太陽系重心を原点とする座標系では，上記と一致する時系をそれぞれ地心座標時 TCG と太陽系重心座標時 TCB とする．

Recommendation Ⅳ　地球時間 TT の規定

TT は TGC と定数レートだけ異なり，その単位は地球ジオイド面での SI 秒とする．TAI の 1977 年１月１日正零時が TT の 1977年１月１日零時零分 32.184 秒である．

歴史的背景を踏まえたうえでの上の勧告のため，判りづらい部分もあるが，基準座標系の構築のための要件がかなりここで定められているのが判ろう．

6.2 ICRF と ITRF

1991年 IAU 勧告 A4 に基づいて構築され，維持されている国際天球座標 International Celestial Reference

Frame（ICRF）と国際地球座標 International Terrestrial Reference Frame（ITRF）の定義を見てみる．

ICRF は，IAU 勧告 A4 に一般相対論の採用，単位系などで準拠し，次のように定義されている[16,17]．座標原点は太陽系重心である．座標系の主面は J2000 における平均赤道面であるが，1979 年から 1994 年までの VLBI 観測に基づいて 1 mas の精度で求められた J2000 における平均極位置から決められている．赤経の基準は，VLBI 観測から求められたクエーサー 3C273B の J2000 における赤経が 12 時 29 分 6.6997 秒になる，として定義されている．これらは ICRF 以前の天球基準座標系である FK5 に，その不確かさの範囲内で準拠するように定められた．この座標系の実現と維持は，以上の定義に従い，主として 212 個の銀河系外電波源の VLBI 位置観測によって行われる．さらに 2 次的な基準として，このほか 396 個の電波源の位置も観測される．これらの電波源の継続的な位置観測は，座標系の維持とともに拡張の役割をも果たしている[18]．

ITRS はやはり IAU 勧告 A4 に準拠し，さらに次のように定義されている．座標原点は地球重心であり，座標軸は 1984.0 での BIH システムと＋/－3mas で一致するようにとられている．このシステムの実現である ITRF は，IERS（国際地球回転事業）の観測参加局の位置のリストによって表現されている[20][21]．

これら ICRF と ITRF は，IERS によって維持されている[20]．

6.3 太陽系重心座標 solar system Barycentric Reference Frame（BRF）[13]

太陽系重心座標系の実現方法は太陽系の天体の位置を観測し，運動方程式の解と比べることで実現するものであり，力学座標系に分類されるものである．余計な回転の慣性力を導入せずに運動方程式が成り立つ座標系は，宇宙に対して無回転であり，これは原理的には ICRF と同じものであるが，そ時空の枠組みとしては一般相対性理論を採用する．座標系に求められる属性として，空間座標については，原点を太陽系重心にとること，地球近傍においてニュートンの運動方程式がよい近似で成立し，これにわずかな相対論的補正項を加えることで物体の運動が記述できるとする．次に物理構造では，太陽系が太陽と諸惑星，諸衛星から構成されていること，太陽系天体の運動を解析し，地球の平均公転面と春分点とを基準にした極座標（黄経，黄緯，太陽からの距離）をとること，等を定める．次にモデル化であるが，一般相対性理論についてはポストニュートニアン近似で v/c の 4 次までの計量テンソルをとれば充分とし，地球，太陽，諸惑星，月の位置を元に具体的に計量テンソルの値をそれらの関数として定める．歳差，章動，極運動をモデル化し，永年成分と周期成分に分ける．このモデル化された系に対して時刻の基準となる元期をいつにするかを定め，天文単位や，各惑星の公転半径，年，太陽や諸惑星の質量，など様々なパラメータを実測から決めていくことによって元期における平均春分点，黄道面が決定される．ここでで座標系が一意に決定されたといえるわけだが，一意に定まったといってもこのままではたとえば春分点の近くでは容易に高精度位置決定が出来るかもしれないが，任意の方向で充分な精度を得るには非常に不便である．座標系の拡張が求められるが，この座標系では天体暦の発行によりこれを行っている．天体暦の形式と種類は，文献(13)に詳述されている．この座標系の時系は暦表時 Ephemeris Time（ET）として知られている．実際の実現の例としては，JPL の DE シリーズが有名である．

この座標系と原理的に同等であるはずの天球座標系 ICRF との結合は重要な課題であるが，双方の座標系において感度の高い対象が少ないため，現実には高精度の結合は難しい．パルサーの位置決定は，タイミング観測の解析からは太陽系重心座標で，VLBI 観測では ICRF で行われるため，この双方からパルサーの位置決定を行うことは，二つの座標系の高精度結合の有力な方法であると考えられている[22]．また，近年，ET と TCB は原点のオフセットと定数レートの違いだけで，精度的には同等であるという評価結果が JPL の Standish によって発表されている[23]．

6.4 座標変換と様々な時系の間の関係

一つ基準座標系が定まり，基本となる時空と力学の理論が確立すれば，構成主義的な立場からは他の基準座標系への変換は原理的には可能である．しかしながら実際には各々の基準座標系は独自に構築されて，しかも時空理論として一般相対論が採用されるようになったのは近年であるため，基準座標系間の変換には様々な注意が必要になる．たとえば太陽系重心座標系から地心座標系への変換では，座標変換にともなう慣性系の引きずり効果である測地線回転が現れる．これは永年成分（測地線歳差）と周期性分（測地線章動）とに分けられるが，現行の章動理論（IAU1980）には測地線章動までは取り入れられていないため，座標系の変換と比較の際にはこの点を留意する必要がある[13]．

太陽系重心座標系の空間部分 x と，地心座標系の空間部分 x' の変換は一般相対論を採用し，測地線回転の部分を省くならば次の式で与えられる．

$$x = x_E + x' + (1/c^2)[-U_E x' + (v_E \cdot x'/2) v_E] \quad \cdots\cdots(5)$$

ここで v_E は太陽系重心座標系における地球の座標速度ベクトル，U_E，g_E は同じく太陽系重心座標系において地球が感じるニュートン重力ポテンシャル及びベクトル重力ポテンシャルである．この変換においては，地心座

標系におけるある時刻での位置 x' が太陽系重心座標系においてはどう表わされるかのみに着目しているため，時刻はあらわには出てこない．時間部分については地球と諸惑星の複雑な運動を考慮する必要性から，さらに複雑な変換が必要になる．

地球表面の近似表現の一つ，ジオイド面は等ポテンシャル面である．このため地球表面においてはジオイド面上であればどこにあっても等価な時系を構築することが出来るし，ジオイド面からの高度（ポテンシャル差）さえ分かれば補正を簡単に行うことが出来る．ジオイド面上で静止した点での固有時を理想化したものは地球時 TT (Terrestrial Time) と呼ばれている．国際原子時 TAI (International Atomic Time) は TT を最も高精度に実現している時系のひとつである．TAI の単位である TAI 秒はジオイド面上で静止した点での SI 秒として定義されており，SI 秒は現在では，Cs133 原子の特定の放射の周期の 9192631770 倍として定義されている．

基本的には時系は各々の基準座標系の構築手続きの中で決定される．このため相対論効果が基準座標系と天体暦に取り入れられ始めた 1970 年代には，太陽系重心座標系には太陽系重心座標時 TCB，地心座標系では地心座標時 TCG，というように別々の時系が存在し，その歩度も各々異なっていた．現在，もっとも精度，安定度が高く，またすぐに得ることが出来るのは TT の実現である原子時系，TAI である．このため現在では TAI を基準としてそれらの時系全ての平均歩度が同じになるよう歩度調整を行った時系，太陽系重心座標系には太陽系力学時 TDB，地心座標系では地心力学時 TDT が各々定められている．TDB，TDT，TT と以前の TCB，TCG の関係を以下に示す[13]．

$$TCG - TT = L_G T_{77} \quad \cdots\cdots (6)$$

$$L_G = (W_0/c^2) \sim 6.9693 \times 10^{-10} \quad \cdots\cdots (7)$$

$$T_{77} = (JD - J1977.0) \times 86400s$$
$$= (MJD - 43144) \times 86400s \quad \cdots\cdots (8)$$

$$TDT = TT \quad \cdots\cdots (9)$$

$$TDB_E - TDT = \Delta TCB_E \quad \cdots\cdots (10)$$

ΔTCB_E は定義により周期項のみからなり，長期間の平均を取ればゼロになる量であるが，太陽系における地球と諸惑星の複雑な運動を反映して，非常に多くの項からなっている．その大きさは最大で 1.6ms 程度に達する．以上の関係を基に，太陽系重心座標系の時間部分と地心座標系の時間部分の(5)式に対応する変換，TCG から TCB への変換式は

$$TCB = TCG + (TCB_E - TCG) + (v_E \cdot x'/c)$$
$$+ (1/c^3)[(3U_E + (v_E^2/2))v_E + g_E] \cdot x' \quad \cdots (11)$$

が得られる．

7. ま と め

以上のように現在よく使われている様々な基準座標系を見ていくとそこには一種の階層があることが見えてくる．例えばより広い範囲から徐々に範囲を絞った座標系へ，と見ていくと次のように並べられよう．

・天球座標系 Celestial Reference Frame (CRF)

クェーサーや恒星など太陽系外天体の距離と見える方向を記述するための基準座標系．

・太陽系重心空間座標系 solar system Barycentric Reference Frame (BRF)

太陽系天体の運動など太陽系内における位置・運動を記述するための基準座標系．

・地心空間座標系 Geocentric Reference Frame(GRF)

人工衛星の運動など地球近傍の位置・運動を記述するための基準座標系．

・地球空間座標系 Terrestial Reference Frame (TRF)

観測者の位置など地球上の位置・運動を記述するための基準座標系．

・測心空間座標系 topocentric reference frame

観測者から見た物体の距離や方向を記述するための基準座標系．

より広い範囲で慣性系に近い座標を，という意味では，太陽が銀河系の中を回転運動している効果を取り入れ，銀河系中心座標系を構築しようという理論的な試みも無くはない[24]が，銀河系内の天体の運動がさほど正確に求められておらず，人工飛翔体もほぼ太陽系内に限られている現在，天球座標系や太陽系重心空間座標系の空間原点を単に銀河中心に平行移動するだけで精度は十分であり，厳密な銀河系中心座標系を構築することの実用性はさほど無いといえよう．事実上，いまのところ太陽系重心空間座標系が広い範囲の慣性系としての基本になる．天球座標は太陽系重心座標と実質的には同じもので，構築のモデルが恒星や準星（クエーサー）を基にした運動学的なものか，運動方程式と太陽系天体の運動を基にした力学的なものかの違いだけである．これを時間部分だけについて考えるなら，太陽系重心座標系の時間部分である暦表時によって定義される秒は，それまでの地球回転を基にした定義より精密なものとして 1956 年から 1967 年までは正式に時間の単位として採用されていた．しかし長年の観測データを用い，決定にも数年を要する暦表時に代わって，1967 年からは原子時系での 1 秒が SI 単位系の時間の単位として採用されている．地球座標系でジオイド上の固有時として定義される地球時 TT，実際にはそれを実現しているとされる原子時 TA，あるいはそれを総合しより高精度，高安定度を目指した国際原子時 TAI が，精度も高く決定も短期間で出来ることが認められたためである．空間座標についても，最新の

もっとも信頼できる座標系としてクエーサーや多数の恒星の位置を基準とした運動学的な ICRF が 1998 年より導入され，VLBI 観測の継続により維持と拡張が行われていくことになっている[18].

実用上の便利さ，即決性を求めるなら運動学的な空間座標と積算時によって規定される基準座標系が望ましい．その座標系では時空の測定値がそのまま座標系の量を与えてくれるのだから．しかし一方で膨大なデータを解析し，一様性や運動の法則など，時空の基本性質に立ち返って検証をしつつ決定していく力学座標系，力学時との比較，結合も忘れてはならないであろう．

時系と基準座標系は科学的要求と技術的発展のために急速に高精度化が進んでいる．1997 年，京都で開催された第 23 回国際天文学連合総会でも，この進展に対応し，共通化を図る様々な勧告が提起され，決議されている[25,26].

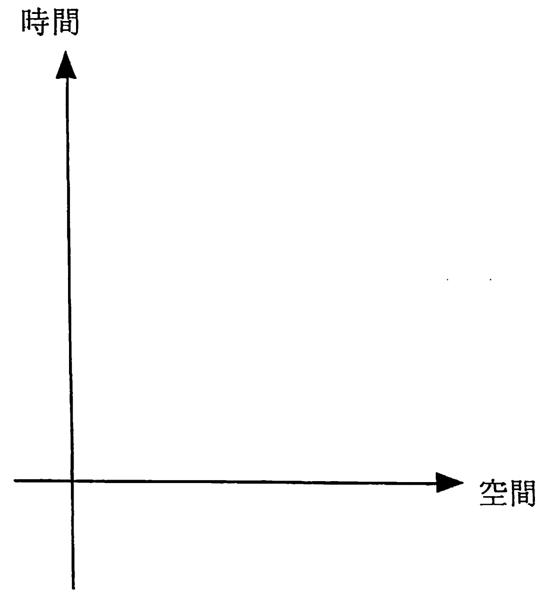
本特集号ではこのような時系と基準座標系の高精度化，維持供給と，それに関わる当初のさまざまな研究成果について報告する．原子時系の詳細，また原子時系の決定に重要な役割を果たす一次標準器の現状については続く **3.**，**4.**を見ていただきたい（今江，森川）．さらに本特集では 4.で当所における一次標準器の研究開発状況，そして当所での原子時系の発生，維持，供給の現状を **5.** で述べ，それを世界に繋げていく時刻比較についてを **6.** で述べていく．高精度基準座標系を構築し，それを基に様々な量を計測することによって基礎科学の新たな分野が拓かれていくことが期待され，当所でもそれに関わる研究を進めてきている．**7.** では主にその空間座標系に関わる研究について，**8.** では宇宙での時系と周波数標準に関わる研究について成果を紹介する．時系と空間基準座標系の双方に関わり，時系の長期的な高安定化とさらに高精度な 4 次元基準座標系の構築に今後重要な役割を果たすと考えられているパルサーの時間と空間に関する研究成果を **9.** にまとめる．

付録　特殊相対論解説－時刻比較を中心に

特殊相対論とは，考え方はかなりやっかいなところがあり，少々取り付きにくいところがあるが，最初のやっかいなところを乗り越えてしまうとごく初歩的な数式と幾何学的な直感だけで理解できるものである．ここではできる限り取り付きにくい最初の壁を整理して理解できるよう解説を試みる．

・「時空」とは何か

時間と空間を便宜上ひとつにまとめた「時空」という概念を用いることはとくに相対論を考えなくてもしばしば行われている．第Ａ1図のように紙の上にグラフを考え，その一方の軸（ここでは縦軸）を時間軸に取り，もう一方の軸（ここでは横軸）を空間軸とする．紙の上



第Ａ1図　時空
2 次元上に表現するため，空間は 3 次元のうちの一本の軸のみが代表として表されている．

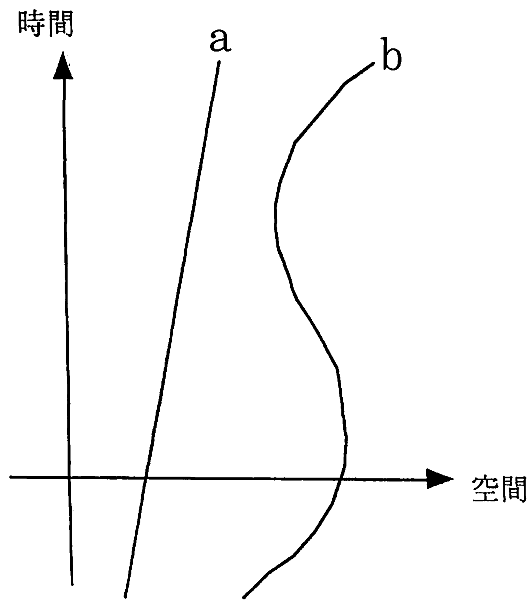
では残念ながら空間は一次元分しか軸が取れないが，このように「時空」は表すことが可能であり，また，しばしば実際にこうやって表される．

物体が時空のなかを運動すると，その様子はこの時空のなかの線として描かれる．例えば第Ａ2図のａの線は時間とともに空間原点（時間軸）からの距離が大きくなっていくので遠ざかっていくものを表していて，ｂの線は時間の経過につれてそれが大きくなったり小さくなったりしているので，行ったり来たりするような運動をしている物体を表してる．この，物体の運動を表す時空の中の線のことを，物理では「世界線」と呼ぶ．

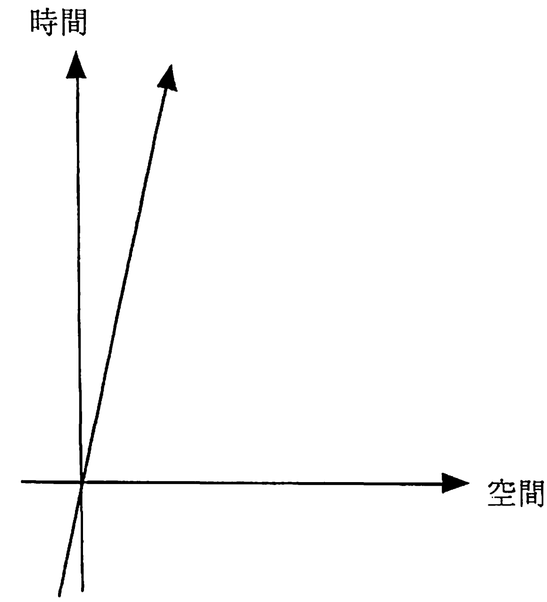
このように時空と世界線という概念は物体の運動を表すにはとても便利なもので，いろいろなところでしばしば用いらている．例えば身近なところでは，ダイヤグラム，と呼ばれる列車の運行表が挙げられよう．しかし，これはただ物体の運動を表すのに便利，というだけなのだろうか．あるいはただ便利だ，という以上に，時空，というものを積極的に考えるべき理由が何か他にあるのだろうか．これは時空に対する非常に根元的な問いであるが，これを考える前に，もう少しさかのぼってもっと我々に身近な「空間」について考え直してみよう．

我々の住んでいる空間は三次元だ，といわれる．なぜ「縦」次元，「横」次元，「高さ」次元あるいは「前後」，「左右」，「上下」ではなく，それらが一体となった「三次元空間」と考えるのだろうか．これに対しては次のような答えが考えられる．

「空間の三次元の各々の軸は絶対的なものではなく，空間の回転によって互いに移り変わってしまうものだか



第Ａ２図　時空の中の物体の運動の軌跡
時空内の点状の物体は，時間の経過に伴いその運動の軌跡が世界線として表される．



第Ａ３図　基準時計の変更（時間軸の回転）
時間軸とは空間原点に静止した時計の世界線に等しい．別の時計が等速度運動しているときこれを新たな時間軸と見ると，時間軸が一定角度回転したと見ることが出来る．

らである.」

自分を中心にして「前後」軸,「左右」軸を定めたとしても，体の向きを変えて前後軸を回すと，直交座標を取り続ける限り，それにともなって左右軸も回転してしまう．例えば１度か２度程度，ほんのわずか右方向へ向きを変え，そこで改めて周囲を見回してもさほどの変化は見られない．が，注意深く辺りを見回すと以前は真右にあったものが少し前方に動いたように見え，真左にあったものは少し後方にあるように見えるだろう．もしも45度以上，向きを変えてから辺りを見回すなら，元の左右関係は今度は前後関係というものに近くなってしまう．

このようなことがある以上，空間のそれぞれの軸を別々に，絶対的に定める，ということは不可能だし意味を持たない．これは空間は，縦，横，高さ，の単なる集合体ではなく，それらが一体となった三次元のものだ，ということの根拠といえよう．

では,「時空」には，時間と空間を一体のものと考えるべきこのような根拠があるのだろうか．この根拠が見つかったときに,「時空」ははじめて単なる便宜上の概念ではなく一体のものとして認識すべきものと理解されよう．ここではこの問題を様々なケースにおける複数の時計の時刻あわせの問題として考え，時空の基本的な性質を捉えなおしてみたい．

・一様な時空と慣性座標系

議論の基本的な前提条件としてまず我々のいる時空は一様な時間，一様等方的な空間からなっていると仮定する．つまり本論でも述べたように，ここで考える時空では座標軸と目盛りをうまくとると慣性の法則が成り立つ，ということである．我々は積極的にそのような座標系を採用することにする．慣性の法則が成り立つ空間で慣性系を実現するには，原理的には次のようにすればよい．

ア）時間の一様性を精密に表現できる機械（以後このような機械を時計と呼ぶ）を用意し，それに外力を一切加えないようにする．

イ）その時計の刻む時刻を座標系の時刻とし，その時計の位置を空間の原点とする（時空の原点および時間軸).

ウ）長さの基準となる物差しを三本用意し，その各々の一端を，この空間原点に接するように置き，外力のかからない状態で互いに直交するようにその位置に静止させる（直交性および回転の排除).

エ）この物差しの各々のもう一端の方向に次々と物差しを平行移動し，いちいち座標系に対して静止させてから目盛りを刻むことで，空間座標の目盛りを決めていく．

・時間軸の回転

このように慣性の法則に基づいて座標系を定めることができるが，この座標系の定め方は一意ではないことに注意されたい．時間と長さの単位，ウ）における空間軸の方向なども任意性を持っているが，ここでは特に，最初にア）での，外力の加わっていない時計の選択について考えてみたい．慣性の法則に基づくならば，ア）で選んだ時計に対して等速直線運動をしている別の時計もまた，外力を受けていない時計として，別の座標系の時刻基準および空間の原点となる資格がある，ということになる．この時計の世界線を新たな時間軸として座標系を

つくることを考えよう．もとの座標系にこの新たな時間軸を書き加えると第Ａ３図のようになる．見るとわかるように，これは時空の中での時間軸の回転というべきものになっている．

このとき空間軸はどのように移り変わるのか，あるいは移り変わらないのか，ということが重要な問題となる．ニュートンは絶対時間の存在を信じ，移り変わらないとした．しかし考え直してみると，これにはさほど確たる根拠があるわけではない．強いて言うなら我々の日常感覚からすると，時計を動かしてみてもなにか時間や空間が変化するようには思えないという経験だけである．しかしこの問題は，もう少し深く考えてみる必要がある．ここでは時計の時刻あわせという観点からこれを考えてみよう．

・時刻の一致をいかに知るか

複数の時計が存在するときに，それらの間の時刻が一致しているかどうかを調べたい，とひとくちに言っても，実際にはいろいろな場合が考えられる．ここではまずひとつ慣性座標系を定め，一方の時計をその慣性系の時刻を定める基準時計とする．他方の時計はその場所，運動状態などがいろいろ考えられるが，それらを次の三通りの場合に分けて，一つ一つの場合について考えてみよう．

(a) 同一位置に二つの時計がある場合

(b) 二つの時計の相対位置が一定の場合

(c) 二つの時計が，相対的に運動している場合

ここでまず議論の根拠とするのは，一様な時間と一様等方的な空間だけとする．

(a)については特に問題はないと考えられる．同じ場所にあるのだからその針の進み具合をその場で見比べれば良い．また，この場合は同一条件にある時計同士の比較を行っているので，各々の時計自身に狂いさえなければ時刻が一致するのは自明のことと考えられる．

(b)に対しては二つの時計に対して，行き，帰り，それぞれ速度が一定の信号を往復させて時計の進み方の情報をやり取りすればよい．慣性の法則より，行き来の途中で信号に外力が加わらないようにさえすれば，一定速度の信号を得ることは可能であるし，時間の一様性は同一条件で信号を発射しさえすれば，その再現性を保証してくれる．すると信号の往復にかかる時間はいつでも変わらないため，時刻の進み方が一致しているかどうかが判断できる．さらに信号が往路復路それぞれ等速度だというだけでなく，その所要時間を知ることができれば時刻自身が一致しているかどうかも知ることができる．

時計に狂いがなければ，この二つの時計の時刻が一致することは，一様等方な空間，という大前提から保証されている．

(c)の場合，もう一段議論が複雑になる．相対距離は時間とともに変化していくため，信号をやり取りするとしても，その往復の所要時間も変化していく．このため，その所要時間の変化が時計によるものなのか運動によるものなのかを区別できなくなり，時刻が一致しているかどうかをみるには多少の工夫が必要となる．また時計同士の関係に，相対運動という新たな要素が加わることになる．これは方向性を持っている要素であるため，時計同士の関係は時空の一様性で議論できる範囲を越えてしまう．

・全空間を時計で覆う

(c)の場合に対する答えは，(a)，(b)をうまく用いることで得られる．できるだけ多くの時計を用意して，一様，等方な空間の各目盛りにそれらの時計を張りつける．仮想実験として考える際には無限個の時計が空間の全ての点に張り付いているとするのがよい．これらの時計は（実現するには矛盾になるが）時空の中を運動するものを妨げないとする．これら空間の各点に張り付いた時計は，各々他の時計に対して静止している．よって(b)より，これらの時計を全て同期させられることが分かる．

この，同期した時計で埋め尽くされた空間のなかを，別の時計が運動していくと考える．このときこの時計に対しては常に同一位置に時計があって，(a)で考えたようにこの二つの同一位置にある時計は，時刻が一致しているかどうかを容易に見比べることが出来る．

ここで注意すべきやっかいなことは，物体の運動によっては影響を受けることのない，絶対時間という存在を無条件で信じないかぎり，(c)の場合には二つの時計の時刻が一致するという保証は無い，ということである．では(c)の場合の二つの時計の間にはどのような関係が考えられるか，時空は，一様性以外にどのような性質に基づくと互いに運動する時計同士の時刻の関係が定まるのか．この問題を次に考えてみる．

・二つの時計の群れ：二つの慣性系

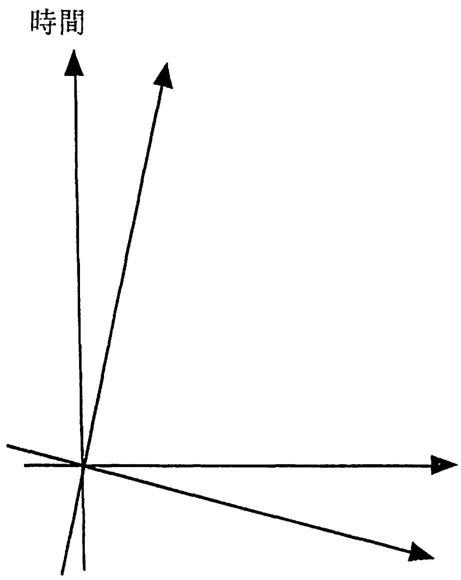
前に考えた，無数の時計を互いに静止させることで時間と空間の目盛りを定めた慣性系をＳ系と呼ぶことにする．「時空」のなかでＳ系のすべての時計が同じ時刻を示す，ということで定められる「空間」を，同時刻空間と呼ぼう．例えば第Ａ１図，第Ａ２図などの時空の図では，空間軸は，その上の点は全て等しく時刻ゼロであるから，同時刻空間の例となっている．

さらに，Ｓ系の時計の群れに対し等速度で運動する，もう一群の無数の時計集団を考えよう．これをＳ'系と呼ぶことにする．Ｓ'系でもＳ系と同様に，独自に同時刻空間を定めることが出来る．

ここで大きな問題となるのは，

Ｓ系とＳ'系とで，同時刻空間は一致するのか？

ということである．一致する，という我々の日常感覚的な答えを保証するのは，先に述べたようにニュートンの「絶対時間」という，特に根拠のあるわけでもない信仰



第Ａ４図　時間軸の回転に伴う空間軸の回転の例
元の系では運動している新たな時間軸に対し，空間軸も変化するならばこのような空間軸が可能性として考えられる．

だけである．

そしてこの問題に対する答えが，時空の回転という問題に関する鍵となる．

・同時刻空間が違っていたら？

では仮に，Ｓ系とS'系とで同時刻空間が違っている，としてみよう．ただし議論の簡単化のために，Ｓ系とS'系それぞれの中で，時間と空間の原点を選び直すことで，この二つの慣性系の時空の原点を一致させるようにする．このように原点を選び直した二つの慣性系を第Ａ４図に示す．新たな時間軸はすぐ描けるが，これに対応する新たな空間軸はまだよくわかっていない．新たな空間軸も空間の一様性を表すものである以上，時空の中で直線として表せるはずである．ここでは仮に，Ｓ系とS'系とで同時刻空間が，空間の回転に倣うようなかたちで違っているように描いた．もし何の変更もないなら，その差がゼロ，という答えがでるはずである．

このとき，相対的に運動している二つの時計の一致，というのは依然として大問題であるが，さらにまた，大きな問題が生じてくる．ものの長さが慣性系ごとに違ってくるのではないかという問題である．

・「長さ」をいかに測定するか？

改めて考えてみると，通常は長さの測定とは，測定するものを，測定しようとする慣性系（時計の群れ）に対して静止させ，両端の位置を測る，という手続きで行われている．

動いているものの長さを測るというのはこの本来の長さの測定からはみ出す行為であるが，敢えて定義する場合には，さらに注意が必要となる．つまり，動いているものの両端の位置をはかって，その間隔を測定するといっても，測定時刻を定めなければとんでもないことになってしまう．例えばごく短い棒の長さを測るにしても，左端の位置を測定してから，しばらく経って遥か彼方に動いていった後で右端の位置を測定し，その間隔を調べるなら，この棒の長さは非常に大きい，ということになる．このように，動いているものの長さは定義次第でどうにでもなる，とさえいえる．動いているものの長さについて，意味のある，一義的な定義としては，同時刻での両端の位置を測ることによって定める，ということが考えられる．通常我々は，無意識のうちにこの定義を用いている．もし，慣性系ごとに，「同時刻」ということが違った意味を持つならば，動いているものの長さを測るということは，これはかなり面倒なことになりそうである．

・二つの足掛かり：相対性原理と光速度不変

これ以上考えを進めるためには，時間，空間の一様等方性だけでなく，もっと何か他の足掛かりが必要になる．ここでさらに二つ，考える基礎として信じる足掛かりを決めよう．

一つは相対性原理である．「すべての慣性系は対等であり，どの慣性系でも物理法則は等しい」という抽象的な記述がされることが多い．ニュートンの絶対時間，絶対空間と，どちらがより信用できるのか，あるいはどこが違うのか，という疑問が出てきそうだが，この原理はニュートンの時空を考える場合にも成り立つし，他の可能性を否定するものでもない，より懐の広い「仮定」である，ということを指摘しておこう．具体的には何を見ればよいかは，すぐ後にみることになる．

もう一つは光速度の不変という，驚くべき実験事実である．真空中での光の速さは，光源に対し静止して測っても，出た光を任意の速さで追いかけながら測っても，同じ値が得られる，ということは，我々の日常感覚とはまったく反するが，これは秒速30万km という光の速さと秒速 30km という地球の公転速度に対して 19 世紀末の測定技術の進歩が明らかにした，紛れもない実験事実である．

・相対性原理

具体的に，二つの慣性系，Ｓ系とS'系とを考えて，相対性原理がなにを教えてくれるのかを見てみよう．この二つの慣性系では，時間と空間の尺度は同じものを使っているとする．

まずはＳ系とS'系との，相対速度の問題である．Ｓ系の時計群からみて，S'系の時計群が速さ v で移動しているように観測されたとしよう．このとき，S'系の時計群からみると，Ｓ系の時計群はいったいどんな速さで移動しているように見えるだろうか？

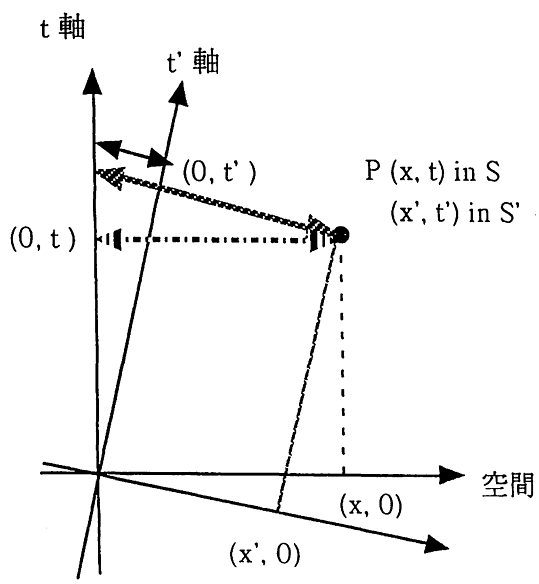
相対性原理を信じるならば，この問いには簡単に答えられる．即ちS'系の時計群からみても，S'系の時計群は速さ v で移動している，という答えが得られる．もち

第Ａ1表　各座標系での棒の長さ

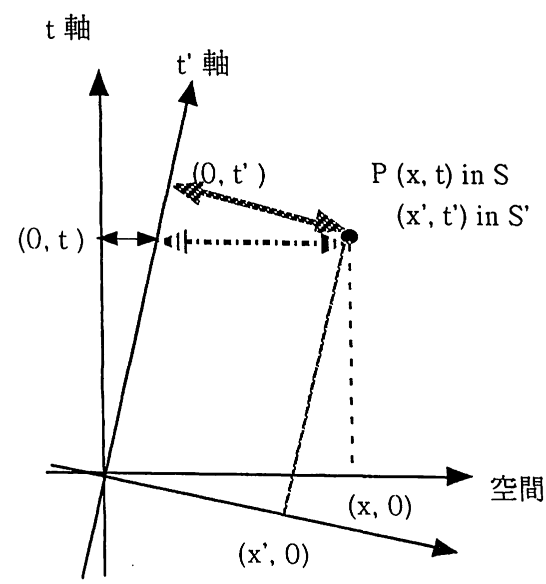
	Ｓ系での長さ	S'系での長さ
Ｓ系で静止	l_1	αl_1
S'系で静止	αl_2	l_2

第Ａ2表　点Ｐと時間軸との距離

	S	S'
Ｐとｔ軸の間隔	x	$x'+vt'$
Ｐとｔ'軸の間隔	$x-vt$	x'



第Ａ5図　時空の点Ｐの元の時間軸との距離
鎖線はＳ系での距離を示し，点線はS'系での距離を示している．実線はS'系でのＳ系の運動のための長さの増加分に相当する．



第Ａ6図　時空の点Ｐの新たな時間軸との距離
前図同様，鎖線はＳ系での距離を示し，点線はS' 系での距離を示している．実線は今度はＳ系でのS' 系の運動のための長さの減少分に相当する．

ろん，向きのとりかたにより，その成分や符号については様々に変わりうるが．

もう一つ，ものの長さについては次のようなことがいえる．

長さ l_1 の棒がＳ系で静止していたとする．この棒はS'系では速さ v で動いているが，このときのS'系で測った長さが l_1 の α 倍になったとしよう．では，S'系で静止している長さ l_2 の棒は，Ｓ系で測った場合，その長さは l_2 の α 倍になる，というのが相対性原理から得られる結論である．これを第Ａ1表にまとめよう．これは一見，常識と反するようにも見える．S'系での長さがＳ系での α 倍になるのならば，Ｓ系での長さはS'系での長さの $1/\alpha$ とならなければつじつまが合わないのではないかと思われる．また，このことから α は１以外にはなり得ないという答えをとりたくなるかもしれない．しかし，先に述べた動いているものの長さと関連し，この問題はもう少し複雑になる．第Ａ5図で，二つの慣性系を重ねた中に点Ｐを描いた．これは空間的な位置と時刻の両方を指定した，ということになる．この点は，Ｓ系では (x, t) と表され，S'系では (x', t') と表されるとしよう．この点Ｐと各々の慣性系の時間軸との距離を考えてみる．まず点Ｐと元の時間軸（t 軸）との距離を考えてみよう．第Ａ5図では点Ｐと t 軸とのＳ系での間隔は鎖線で表され，S'系での間隔は点線で表される．同時刻空間がＳ系とS'系で異なるために間隔を表す二つの線に傾きが生じていることに注意して欲しい．

Ｓ系での間隔（鎖線）は図からすぐ読みとることが出来て x であることがわかる．一方，S'系での間隔（点線）は t'軸との間隔 x'に，時間 t'の間に t 軸が相対的に動いた分を加えなければならないことが見て取れる．つまりS'系からみた点Ｐと t 軸との間隔は $x'+vt'$ である．同様にして，点Ｐと新たな時間軸（t'軸）との距離を考える（第Ａ6図）と，S'系での間隔（点線）は単純に x' であるのに対してＳ系での間隔（鎖線）は $x-vt$ となることがわかる．この結果を第Ａ2表にまとめよう．

以上の一見複雑そうな一連の手続きには，次のような意味付けが出来る．前者は，ある棒がＳ系で静止していて左端がＳ系の原点にあり右端が x の位置にある場合，この棒がＳ系では x という長さに見えてS'系では負の向き v の速度で運動している $x'+vt'$ という長さの棒に見える，ということを意味している．同様に後者は，別の棒がS'系で静止していて左端が原点に，右端が x' にあるとき，この棒がＳ系では正の向き v の速度で動く $x-vt$ の長さに見えてS'系では長さ x の止まってい

る棒に見える，ということを表している．ここまでの議論では二つの時間軸が互いに速度 v で移動している，という点についてだけ相対性原理を用いた．さらに第1表と見比べて棒の長さについて相対性原理から得られた結果を用いると次のような二つの関係式が得られる．

$$\alpha x = x' + vt' \quad \cdots\cdots (1)$$
$$\alpha x' = x - vt \quad \cdots\cdots (2)$$

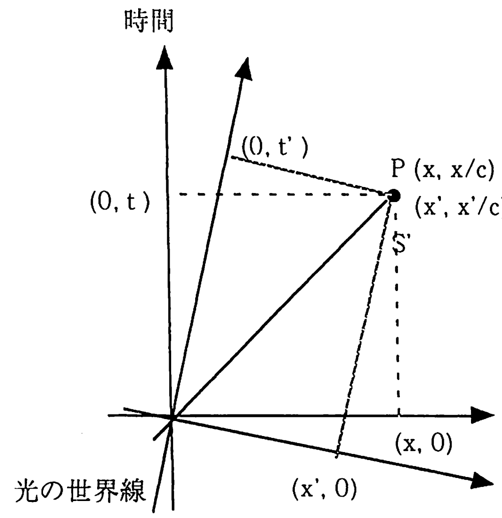
この係数 α をどうやって求めるか？ というのが次の大きな問題となる．ニュートンの考えた時空では，絶対時間と絶対空間を信じ，新たな時間軸を考えても，それによって，時間の尺度も同時刻空間も変更を受けることなく，第A5図，第A6図では鎖線と点線はずれることなく一致し，$\alpha = 1$，であるという明快にして納得のいく答えが得られている．しかしながら相対性原理以外にも，あまり常識的とは言えないが実験的に確認されているもう一つの足がかり，光速度不変という事実が存在する．これを用いるとニュートンの時空とはだいぶ異なる時空の姿が見えてくる．

・光速度不変

まず，係数 α は何によって決まるか？ という問題を考えてみよう．突然このような問いが出てきてもどこから手を付けていいか戸惑いそうだが，良く考えると割と単純な答えが得られる．まず α は時空の点には依存しない量のはずである．これは時間，空間の一様等方性からすると当然のことである．係数 α は二つの慣性系S系とS'系が一定速度 v で相対的に運動していることから生じる係数であり，それぞれの慣性系が時間と空間の一様等方性を表しているのだから，時空のこの点とあの点とで値が違うというものであってはならない．個々の場所ではなく慣性系同士の関係を表すものなのだから，時空の中の位置とは無関係に慣性系同士の相対速度 v によって決まるもののはずである．

こうして考えてみると，時空の全体にわたって頭を悩ます必要はなく，時空の特別な，計算しやすい一点についてのみ α を求めればよい，ということになる．この特別な，計算しやすい時空の一点を選ぶのに光速度不変の実験事実を用いると議論は非常に単純化される．

先の例で点Pを，S系で $(x, x/c)$ と表される点に取ってみよう．S系とS'系の共通の原点から光が発射されたとすると，その光が x だけ離れた点に伝わったときの位置と時刻を表す点である．この点はS'系ではその距離 x' は x とどのような関係にあるかはまだ不明であるが，光速度不変より $(x', x'/c)$ と表される点であることがわかる．$c = 3\times10^8$ m/s より，極端だが直感的な例を挙げると，長さ30万kmの棒Aを用意し，これをS系に静止させる．次に長さが30万kmに10mだけ足りない棒Bを用意し，先の棒と平行になるように置き，10 m/s の速度で走らせる．これがS'系で静止している棒とする．つまりS系とS'系の相対速度は10m/sである．二つの棒の左端が一致した時刻と場所を二つの慣性系の時間と空間の原点とする．このようにふたつの慣性系と棒を用意すると，時刻ゼロに空間原点から発射された光は1秒後に棒Aと棒Bの右端がちょうど一致するときにそこに届くことになる．この点を選ばれた時空の点Pとする．第A7図にこの様子を示す．



第A7図 計算に都合の良い点P

一つの系で原点とPが光の軌跡で結ばれるような点Pを取れば，原点を同じくする全ての系で点Pは $(x, x/c)$ の形で表される．

すると式(1)，式(2)は簡単に次のように書き直される．

$$\alpha x = x' + v(x'/c) = \{1 + (v/c)\}x' \quad \cdots\cdots (3)$$
$$\alpha x' = x - v(x/c) = \{1 - (v/c)\}x \quad \cdots\cdots (4)$$

これらの式から簡単に，例えば(3)を α 倍してその右辺に(4)を代入するなどによって，α に対して次のような表現が得られる．

$$\alpha^2 = 1 - v^2/c^2 \quad \cdots\cdots (5)$$

以上から，二つの慣性系の間の長さの関係を表す係数 α は，慣性系同士の相対速度 v と，全ての慣性系で等しい光の速さ c を用いて(5)のように表されることがわかった．特に x 軸と x' 軸を逆向きに取るようなことをしない限り，α は(5)の正の平方根を取ればよい．つまり

$$\alpha = [1 - (v^2/c^2)]^{1/2} \quad \cdots\cdots (6)$$

である．

・二つの慣性系のあいだの座標の変換則：ローレンツ変換

α が得られた段階でもう一度振り返ってみると，(1)，(2)式は，時空の任意の一点がS系では (x, t)，S'系では (x', t') と表されるときの，二つの慣性系の空間座標のあいだに成り立つ関係であると言い直すことが出来る．

と同時にこれらの式は，二つの慣性系の空間座標のあいだに成り立つ関係にも直すことが可能である．例えば，(1)式の両辺をα倍して，その右辺第一項に(2)式を代入し，t'についてまとめる，などの操作によって次のような式が得られる．

$$t' = [(\alpha^2-1)x+vt]/\alpha v \quad \cdots(7)$$
$$t = [-(\alpha^2-1)x'+vt']/\alpha v \quad \cdots(8)$$

(1)，(2)，(7)，(8)式に(6)式のαの表現を代入し整理すると，結局，時空の一点が二つの慣性系で(x, t)，(x', t')と二通りに表されているときのこれらの表し方に対する関係式が得られる．S系の(x, t)という表現からS'系の(x', t')という表現へは

$$x' = (x-vt)/[1-(v^2/c^2)]^{1/2} \quad \cdots(9)$$
$$t' = [-(vx/c^2)+t]/[1-(v^2/c^2)]^{1/2} \quad \cdots(10)$$

という変換規則が，また逆にS'系からS系へは

$$x = (x'+vt')/[1-(v^2/c^2)]^{1/2} \quad \cdots(11)$$
$$t = [(vx'/c^2)+t']/[1-(v^2/c^2)]^{1/2} \quad \cdots(12)$$

という変換規則があることがわかる．(9)〜(12)式がローレンツ変換と呼ばれるもので，これが相対性原理と光速度一定の法則に基づいた時空において成立する慣性系間の変換規則となっている．

・同一時刻空間はどう「回転」するか？

ここまでくると，時間軸の回転に伴って空間軸，同一時刻空間はどのように変化するのか，という問いに答えられる．例えばS系での時間軸と空間軸は良くわかっているとしよう．S'系での空間軸上では全て$t'=0$であることに注意して，その二点$(0, 0)$ $(x', 0)$がS系ではどう表されるのかを考え，得られた二点を結ぶ直線を求めればS'系の空間軸が得られる．これは(11)，(12)式より容易に求めることが出来て

S'系：$(0, 0)$ → S系：$(0, 0)$

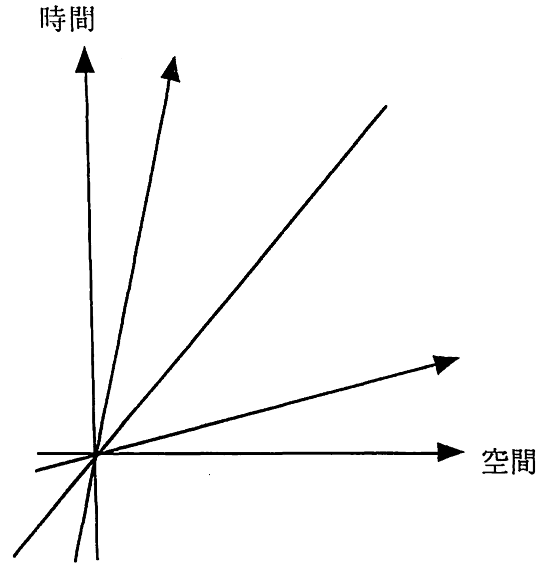
S'系：$(x', 0)$ → S系：$(x'/[1-(v^2/c^2)]^{1/2},\ (vx'/c^2)/[1-(v^2/c^2)]^{1/2})$

という対応関係が得られる．S'系での$(x', 0)$には，x'を正の値とするとS系ではxもtも正の値の点が対応することがわかる．ただしv/cが非常に小さいときには，xはほとんどx'の値そのままであり，tの値は非常に小さいものである．これは我々が通常経験する速度の範囲では，この時空のローレンツ変換はニュートンの絶対時空と非常に近いものになる，ということを意味している．以上により得られるx'軸を第A8図に示す．これからわかるように，第A4図で仮に置いたx'軸は実際とは逆の方へ回転させていたことがわかる．

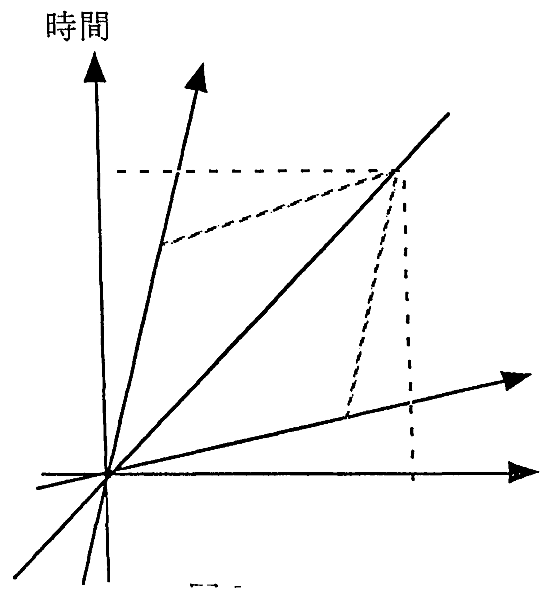
実はこのことは，光速度不変の法則を足がかりとして認めたときから，定性的には考えられてしかるべきものであった．S系の時間軸に対してS'系の時間軸が第A3図の用に変換し，なおかつ光速度が変わらないようにするためには，x'軸は第A8図に示したように変換されるのが一番自然である．光速度とは，

(光が進んだ距離)/(光が進むのに要した時間)

なのであるから，第A3図の時間軸の変更に対して第A8図のように空間軸が変換されるなら，この比はごく自然に不変に保たれることになる（第A9図）．



第A8図　時間軸の回転に伴う空間軸の回転
相対性原理と光速度不変の法則から導かれる空間軸の回転は直交を保つのではなく菱形につぶれたようになる．



第A9図　時間，空間の変換と光速度不変
元の系と等速度で運動している系の時間軸と空間軸が菱形につぶれるように変換されるなら，光速度が一定値を保つことが直感的にも納得できる．

以上のように，時空の一様性，相対性原理，光速度不変の法則を基礎として時空を考えると，時間軸の回転に伴って空間軸も変換されることがわかった．これはつまり，時空というものが時間と空間を単に合わせたものではなく，時間と空間が一体となって形成された4次元の存在であることを意味している．このような時空は，アインシュタインによって初めて正確に定式化されたが，その数学的な形式はミンコフスキーによって整備されたため，ミンコフスキー空間と呼ばれる．ニュートンの絶対時空とは定性的にはずいぶん違った描像であるが，定量的には慣性系間の相対速度が小さいときにはその差はごくわずかなものでもある．

座標時と固有時について，固有長さと不変量，速度の合成則，質量と運動量のローレンツ変換，回転座標系と時刻合わせの際のサニャック効果など，まだまだ特殊相対論で語るべきことは多いし，時空を議論するにはその先に一般相対論もある．しかしながら4次元時空を考えなければならない必然性と，ローレンツ変換がどのように導かれるかが理解できれば，最初の取り付きにくさはかなり低減されるであろうし，そこから導かれる様々な事柄は多くの良書に詳しく書かれている．是非それらの書を参考にしていただきたい．

参 考 文 献

(1) A. Einstein, “Zur Elektrodynamik bewegter Keerper”, Ann. der Phys., 17, pp.891-921, 1905.

(2) A. Einstein, “Zur allgemeinen Relativiaetstheorie”, S. B. Preuss. Akad. Wiss., pp.777-786, pp.799-801, 1915.

(3) B. Guinot and P. K. Seidelmann, “Time scales: their history, definition and interpretation”, Astron. Astrophys., 194, pp.304-308, 1988.

(4) “K-3型超長基線電波干渉計（VLBI）システム開発特集号”, 電波季, **30**, special issue, Nov., 1984.

(5) J. Commun. Res. Lab, **43**, 1, March 1996.

(6) “首都圏広域地殻変動観測システム（特集）”, 通信総研季, **42**, 1, March 1996.

(7) “IAU, 1991, IAU transactions Vol.XXIB”, 1991, Proc. 21st Gen. Assembly Buenos Aires, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, Boston, London.

(8) “周波数・時間標準特集号”, 電波季, **29**, 149, FEBRUARY 1983.

(9) Claudine Thomas, Peter Wolf and Patrizia Tavella, “Time Scales”, BIPM Monographie Jun. 1994.

(10) I. Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica., 1687.

(11) L.ランダウ，E.リフシッツ著，力学，広重　徹，水戸巌訳，増訂第3版，第2章，pp.15-29，東京図書，1974.

(12) 木村 利栄,太田 忠え，“場の方程式の逐次解”，古典および量子重力理論，第5章，pp.45-96，マグロウヒル，1989.

(13) 福島登志夫，“基礎座標系”，現代測地学，日本測地学会創立40周年記念，3章，pp.105-154，文献社，1994.

(14) B. Guinot, “Application of general relativity to metrology”, Metrologia, 34, pp.261-290, 1997

(15) J. Kovalevsky, Reference Frames in Astronomy and Geophysics, “Stellar reference frames”, pp.15-41, Kluwer Academic, 1989.

(16) Arias, E.F. et al., “The extragalactic reference system of the International Earth Rotation Service (IERS)”, A & A, 303, pp.604-608, 1995.

(17) C. Ma, Reference Frames in Astronomy and Geophysics, “Extragalactic reference frames” edited by J. Kovalevsky I. Mueller, and B. Kolaczek, pp.43-65, Kluwer Academic, 1989.

(18) Ma. C. et al, “The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry”, AJ, 116 : 516-546, 1998

(19) J. I. I. Mueller and R. H. Rapp, Reference Frames in Astronomy and Geophysics, “Conventional terrestrial reference frames”, pp.163-169, Kluwer Academic, 1989.

(20) IERSホームページ；http//hpiers.obspm.fr/

(21) 高橋幸雄，“VLBI技術” 4.2 基準座標系，pp.122-128，オーム社，1997.

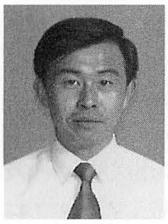
(22) M. Hosokawa, et al.; Proceedings of International Workshop on Gemstone, pp 208-211, 1999

(23) Standish, E. M., “Time scales in the JPL and CfA ephemerides”, A & A, 336, 381-384 1998.

(24) Sergei A. Klioner, “On the Hierarchy of Relativistic Kinematically Nonrotating Reference Systems”, Private-communication.

(25) J. Jugaku, S. Shostak, M. Takada-Hidai,. “Sidereal Times (Kyoto IAU23)”, No.3, pp.3, 1997. 8. 20.

(26) 細川瑞彦，“ '97 IAU京都総会で採択された時空関連の勧告(決議)”，標準計測部談話会(資料)，1997. 9. 25.



細川　瑞彦
Mizuhiko HOSOKAWA
標準計測部　周波数標準課
時空計測
E-mail:　hosokawa@crl.go.jp