

アジア太平洋地域のヘッジファンドの選択とパフォーマンス分析*

高橋 明彦[†]

袴田 武志[‡]

山本 匡[§]

概 要

本論文は在アジア及びアジア太平洋を投資対象とするヘッジファンドのポートフォリオ構築 (Fund of Funds) とパフォーマンス分析を検討する。特に、Eurekahedge database から抽出したアジア関連ヘッジファンドに関しそのリターンの特性を調査すると共に、ヘッジファンドのポートフォリオ構成方法を論じる。さらにヘッジファンドのリターンを株価インデックスなどの市場で観測できるリスクファクターとファンドの付加価値 (alpha) に分解しパフォーマンス分析を行う。最後に、これらの分析を統合し、実際のファンド・オブ・ファンズ運用への適用を試みる。

*本論文は日本ファイナンス学会 14 回大会における研究報告論文を改訂したものである。本稿の作成にあたり、大会討論者である法政大学金ヨンジン助教授から貴重なコメントを頂戴しました。この場を借りて謝辞を申し上げます。なお、本稿で示されている内容及び意見は筆者たち個人に属し、金融庁、金融研究研修センター、GCI アセット・マネジメントの公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者たち個人に属する。

[†]東京大学経済学研究科 (金融庁金融研究研修センター特別研究員)

[‡]GCI アセット・マネジメント

[§]東京大学経済学研究科

1 はじめに

アジアのヘッジファンドは、2000年から非常に良好な成長を示しており、運用資産が毎年35%も伸びている。また、アジアは世界でもトップクラスの運用機関数社の本拠地となっている。今後更にアジアのヘッジファンドは世界で非常に重要な投資機関になっていくことが予想される。

過去のヘッジファンドのリターンの実証研究によりヘッジファンドには株式、債券また投資信託などの従来の金融資産とは異なったリスクがあることが明らかになってきた。ヘッジファンドはレバレッジをかけることにより特定のリスクを大きくとっている場合や、リターンが原資産に対して非線形に反応する場合がある。我々は在アジアおよびアジア太平洋を投資対象とするヘッジファンドのポートフォリオ構築という観点から、実証研究を行う。

Fung and Hsieh (1997, 1999, 2000a, 200b, 2001, 2002a, 2002b, 2004a, 2004b)の一連の実証研究によりヘッジファンドはロングオンリーの戦略ではとることのできないリスクファクターへのエクスポージャーをとっていることが明らかになり、また Agarwal and Naik (2004) は負のテイルリスクの重要性を指摘した。これらの結果からヘッジファンドのリターンが正規分布に従うとは考え難い。我々はまず、Eurekahedge database からアジア関連ヘッジファンドを抽出し、そのリターンが正規分布に従うという仮説の検定を行う。検定の結果、アジア関連ヘッジファンドのリターンも正規分布に従うとは言えないものが多く見受けられた。このことから、ヘッジファンドのリスクは標準偏差だけでは捉えきれない。ヘッジファンドのリターンの負のテイルリスクを考慮するために次の二つのリスク指標を導入する。一つ目は conditional value-at-risk (CVaR) である。信頼水準90%のCVaRとは10%の確率で被る損失の平均であり、Artzner et al. (1999) によって提唱されたリスク指標として望ましいと考えられる coherent という性質を満たす。(VaRはこの性質を満たさない。)二つ目は conditional drawdown (CDD) である。ファンドのパフォーマンス評価の際には最大ドロウダウンが重要なリスク指標となる場合が多い。信頼水準90%のCDDは過去に被ったドロウダウンのうち悪い方から10%の平均を表す。CDDの信頼水準を十分大きく取った場合、過去の一番大きなドロウダウンのみを考慮することになるため、CDDは最大ドロウダウンを含んだリスク指標となる。

リターンの負のテイルリスクが重要となる場合、平均分散アプローチは有効ではなくなる。また、テイルリスクをコントロールしながら動学最適化を行うことも困難である。我々はCVaR, CDDを考慮に入れて近視眼的にポートフォリオの最適化を行う。ここでは、ヒストリカルデータからリターンの分布をパラメトリックに推定するのではなく、リターンのヒストリカルデータをそのままそのファンドのリターンの分布と見做して最適化を行う Rockafellar and Uryasev (2000,2002), Chekhlov et al. (2000) のアルゴリズムを利用する。これはCVaRやCDDに制約を加え、次期の期待収益率を最大化するポートフォリオを構成するものである。このアルゴリズムは最適化問題を線形計画法で解くことができ、非常に使い易いという利点もある。平均分散アプローチを含め、手法による最適ポートフォリオの違いを考察する。また、各手法で運用した場合のパフォーマンスの違いを out-of-sample の結果で評価する。

fund of funds を運用する際には、リスクの分散が期待されるため、非常に良いパフォーマンスをしているファンドが存在する場合においても一つのファンドに集中的に配分することは投資家の要望に反する場合がある。ここではシングルファンドへの配分に資産の最大15%という制約を加え、上と同様の作業を行い、結果の比較を行う。

ヘッジファンドのパフォーマンス分析は Fung and Hsieh (1997, 1999, 2000a, 200b, 2001, 2002a, 2002b, 2004a, 2004b) や Agarwal and Naik (2004) などによって研究されてきた。これらの研究によると、ヘッジファンドのリターンも個別株や投資信託と同様に株価インデックスなどのリスクファクターによって説明される場合が多い。ここでヘッジファンドのリターンが投資信託のそれと大きく異なるのは、ショートやレバレッジの影響に加えてオプションのように株価インデックスに対して非線形に反応する場合があるということである。理論上ではファンドのリターンはリスクファクターのリターンとそのファンドの付加価値 (alpha) に要因分解することが出来る。我々は最適化によって選択されたヘッジファンドに対し、リターンを株価インデックスなどの市場で観測できるリスクファクターのリターンを説明変数として回帰分析を行うことにより要因分解を行う。本稿でリスクファクターとして採用したのは株価インデックスとしてアジア各国の代表的な株価インデックスと S&P500、ダウ欧州株価指数、ボンドインデックスとしてアジア各国と USA の MSCI bond index、各国の対米ドル為替レート、コモディティインデックスとして GSCI commodity index、そして株価

インデックスのオプションである。

2006年9月、米ヘッジファンドのアマランス・アドバイザーズは天然ガス取引によって巨額損失を被った。これを受けて、ヘッジファンドの商品取引によるリスクが注目されてきた。ここで、我々はコモディティインデックスの説明力を確認する。Agarwal and Naik(2004)では event driven や distressed debt などの戦略をとるヘッジファンドは株価インデックスに対し、オプションのペイオフのように非線形なリターンを生む傾向があることが確認された。我々はまずファンドのリターンを株価インデックス、ボンドインデックス、為替、コモディティインデックスに要因分解し、リスクファクターに対するファンドのリターンの反応の仕方を考察し、非線形性が確認されたファンドに対して株価インデックスのオプションをリスクファクターに加えて再び要因分解を行う。fixed income や distressed debt などの戦略をとるファンドに対してはクレジットスプレッドのインデックスがリスクファクターとして期待されるが、データの取得が困難であるため、本稿においてはこれを株価インデックスで代用する。

最後にポートフォリオ最適化とパフォーマンス分析を統合して、我々の手法の実務への適用を示す。ここでは最適化によって選択されたヘッジファンドの2005年のエクスポージャーを動的に捉え、最適ポートフォリオのリターンをリスクファクターと個別ファンドのアルファで再現することを試みる。この分析により情報の開示が乏しいヘッジファンドに対してポートフォリオの持つリスクを日々モニタリングすることができ、またそのリスクファクターが市場で取引されている場合には自身の見通しに基づいてエクスポージャーをコントロールすることが可能である。更に優れたヘッジファンドの alpha を自己勘定のポジションにうまく取り込むことができれば理想的である。本稿で検討する最適化手法やリスク分析は fund of funds 運用の際のポートフォリオ構築やリスク管理への適用が期待される。

本稿の次節以下の構成は次の通りである。まず、2節で在アジアおよびアジア太平洋を投資対象とするヘッジファンドの正規性の検定と負のテイルリスクの調査を行い、CVaR, CDD 最適化と平均分散アプローチによる最適ポートフォリオを比較する。3節ではヘッジファンドのリターンをリスクファクターとファンドの付加価値に要因分解することによりパフォーマンス分析を行う。さらに2節の最適化によって構築されたポートフォリオのリターンをリスクファクターとファンドのアルファによって再現することを試みる。最後に、4節で本稿の結論を述べる。

2 アジア太平洋地域のヘッジファンドのリターンの特性とポートフォリオ最適化

Fung and Hsieh (1997, 1999, 2000a, 200b, 2001, 2002a, 2002b, 2004a, 2004b)の一連の実証研究によりヘッジファンドはロングオンリーの戦略ではとることのできないリスクファクターへのエクスポージャーをとっていることが明らかになり、また Agarwal and Naik (2004)は負のテイルリスクの重要性を指摘した。これらの結果からヘッジファンドのリターンが正規分布に従うとは考え難い。この節では、この特性がアジア太平洋地域のヘッジファンドにもあてはまるかどうかを調査し、その上で適切な最適化手法について論ずる。ただし、本節ではリターンの分布の正規性と負のテイルリスクに焦点をあて、オプション性やレバレッジの影響は3節で見ることにする。2.1でヘッジファンドのリターンの正規性と負のテイルリスクについて調査し、2.2でヘッジファンドのポートフォリオを構成するための手法を検討する。そして、2.3で各手法で実際に運用した時のパフォーマンスを評価する。

2.1 アジア太平洋地域のヘッジファンドのリターンの特性

まず、Eurekahedge database から在アジアおよびアジア太平洋を投資対象とするヘッジファンドを抽出し、そのリターンに対しD'Agostino-Pearson 検定を行う。抽出したファンドは2001年1月から2005年12月までの月次のヒストリカル・データがあり、総数は全部で108である。表1,2はそれぞれ戦略、投資対象地域別のファンド数である。D'Agostino-Pearson 検定は標本の分布の尖度と歪度から正規性を検定するものである。ヘッジファンドのリターンに対し、D'Agostino-Pearson 検定を行った結果のp-値を表3に示した。また比較対照としてにアジア太平洋地域の37の株価インデックスのリターンのp-値も示した。このp-値の表す意味は、例えばp-値が5%であるとは、そのファンドのリターンが正規分布に従うと仮定した場合、実現したリターンが起こる確率が5%であると

ということである。

投資戦略	Long / Short Equities	Distressed Debt	Multi-Strategy
ファンド数	58	5	17
Relative Value	Fixed Income	Arbitrage	CTA
6	4	3	5
CTA / Managed Futures	Macro	Event Driven	Others
1	5	2	2

表 1: 戦略別ファンド数

投資対象地域	Asia incl Japan	Asia ex-Japan	Korea
ファンド数	21	15	2
Global	Emerging Markets	Japan Only	India
20	13	26	1
Greater China	Australia / New Zealand	Taiwan	
1	8	1	

表 2: 地域別ファンド数

D'Agostino-Pearson 検定 p 値	0 % ~ 5 %	5 % ~ 10 %	10 % ~ 20 %	20 % ~ 50 %	50 % ~ 100 %
ファンド数	49	5	6	29	19
D'Agostino-Pearson 検定 p 値	0 % ~ 5 %	5 % ~ 10 %	10 % ~ 20 %	20 % ~ 50 %	50 % ~ 100 %
index 数	5	0	4	5	23

表 3: ヘッジファンドと株価 index のリターンの D'Agostino-Pearson 検定 p-値

表 3 に示した通り、半数近くのヘッジファンドのリターンの p-値は 0% ~ 5% の範囲にあり、リターンが正規分布に従うとは言い難いものが多い。一方、半数以上の株価インデックスのリターンの p-値が 50% ~ 100% の範囲にあり、株価インデックスに比べ、ヘッジファンドのリターンの従う分布が正規分布から大きく乖離していることが確認できる。

リターンが正規分布に従うとは言えない場合、標準偏差だけではリスクは捉えきれず、負のテイルリスクを考える必要がある。各ファンドの負のテイルリスクを表す指標として次の二つを考える。一つ目は conditional value-at-risk (CVaR) である。例えば、信頼水準 90% の CVaR とは 10% の確率で被る損失の平均を表す。CVaR は Artzner et al.(1999) で提唱された coherent というリスク指標として望ましい性質を持つ。一方、VaR はこの性質を満たさない。二つ目は conditional drawdown (CDD) である。ファンドのパフォーマンス評価の際には最大ドロダウンが重要なリスク指標となる場合が多い。信頼水準 90% の CDD とは、過去に被ったドロダウンのうち悪い方から 10% の平均を表す。CDD の信頼水準を十分大きく取った場合、過去の一番大きなドロダウンのみを考慮する

ことになり、CDD は最大ドロウダウンを含んだリスク指標となる。数学的な CVaR, CDD の定義は付録 付録 A を参照。

ここで、利用したヘッジファンドの月次の平均リターン、標準偏差、CVaR, CDD (共に信頼水準 90%) を計算し、図 1-3 に横軸に各リスク指標、縦軸に平均リターンをとってプロットした。

平均-標準偏差で評価した場合、似たパフォーマンスをしていると判断されるファンドでも CVaR, CDD が大きく異なる場合があることが確認される。例えば、FUND60 と FUND107 の月次の平均リターン、標準偏差がそれぞれ、2.36%, 4.38% と 2.40%, 4.34% である一方で、CVaR, CDD (共に信頼水準 90%) は 5.12%, 11.65% と 2.87%, 3.71% であり、FUND60 の方が負のテイルリスクが大きい。このことからヘッジファンドのリターンの場合には標準偏差だけでは負のテイルリスクを捉え切れていないことが分かる。

2.2 ヘッジファンドのポートフォリオ最適化

平均分散アプローチでは標準偏差をリスクと捉えた。これは証券のリターンが正規分布などの分布に従う場合か投資家の効用が二次効用であると仮定した場合に正当化される最適化手法である。2.1 でアジア太平洋地域のヘッジファンドのリターンは正規分布に従うとは言えず、負のテイルリスクが重要となることを確認した。この場合、平均分散アプローチは適切な最適化手法とは言い難い。以下では CVaR, CDD に焦点を当てた最適化手法を導入し、平均分散アプローチとの比較を行う。

n ファンドのユニバースに一定期間投資し、リスクをある基準内に抑えながらその間の期待収益率を最大化することを考える。 $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_n)'$ で各ファンドのこの期間での収益率の R^n -値確率変数を表すものとする。さらに $\Phi(\mathbf{x})$ でポートフォリオ \mathbf{x} のあるリスク指標を表す。このような設定の下で最適化問題は次のように書くことができる。

$$\max_{\mathbf{x}} E[\mathbf{r}'\mathbf{x}] \quad (1)$$

s.t.

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq 1, \quad (3)$$

$$\Phi(\mathbf{x}) \leq \omega. \quad (4)$$

ここで ω はリスク許容度を表す。 $\Phi(\mathbf{x})$ として我々は CVaR, CDD の 2 つを考える。これらをリスク指標と考えた場合、Rockafellar and Uryasev (2000,2002), Chekhlov et al. (2000) のアルゴリズムにより最適化問題を容易に解くことができる。この手法はリターンの過程をパラメトリックに仮定し、パラメータを推定してから問題を解くのではなく、リターンに関して全く仮定を置かずヒストリカルリターンをそのままリターンの分布と見做して問題を解くサンプルパス・アプローチである。アルゴリズムの詳細は付録 付録 B を参照。

以下では、2.1 で Eureka hedge database から抽出したヘッジファンドをユニバースとして CVaR, CDD に制約を加えてポートフォリオの最適化を行い、最適ポートフォリオの平均分散最適ポートフォリオとの違いを検証する。この際、安全資産として 1 ヶ月の US LIBOR をユニバースに加える。ファンドのヒストリカルデータは 2001 年 1 月から 2005 年 12 月の月次リターンであり、これを in-sample として最適ポートフォリオを求める。

まず、CVaR 最適ポートフォリオについて考察する。ここでは信頼水準を 90% とし、リスク許容度は 0.1%, 0.5%, 1%, 3%, 5% として最適ポートフォリオを求めた。表 4 に配分されたファンドとそのウェイト、各リスク指標を示した。また、図 4 に選択されたファンドを示した。

上で述べた CVaR 最適ポートフォリオを求めるアルゴリズムは CVaR をリスク許容度に抑えながら、期待収益率を最大化するものである。この手法によるとまず期待収益率の高いファンドから選択し、残りの部分をそのファンドが損失を被る時に損失を被らないファンドで期待収益率の高いファンドに配分することになる。今回利用したヘッジファンドの中で最も期待収益率が高いのは FUND23 の 3.27% であり、リスク許容度が許す範囲で FUND23 から期待収益率の高い順に配分していく。このため、リスク許容度を小さくするにつれて、期待収益率が高く CVaR も大きい FUND18, FUND23, FUND72 への配分が少なくなる。一方、リスク許容度を小さくするにつれ、FUND98 への配

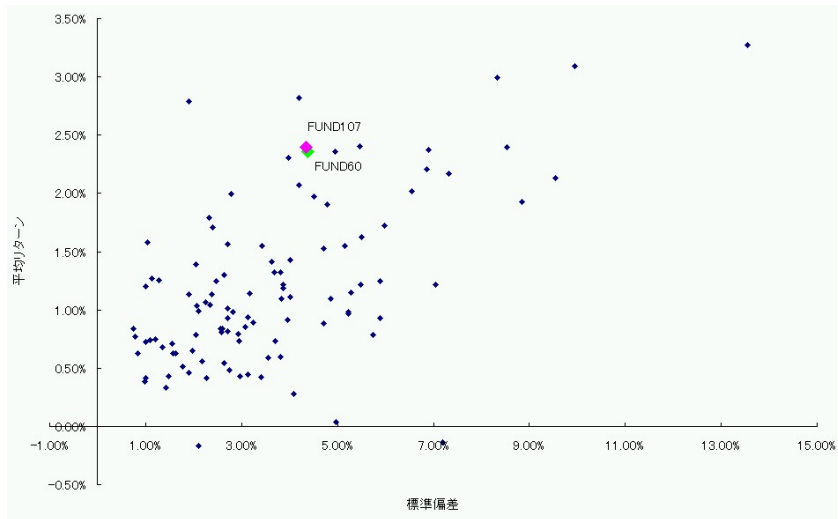


図 1: 平均-標準偏差

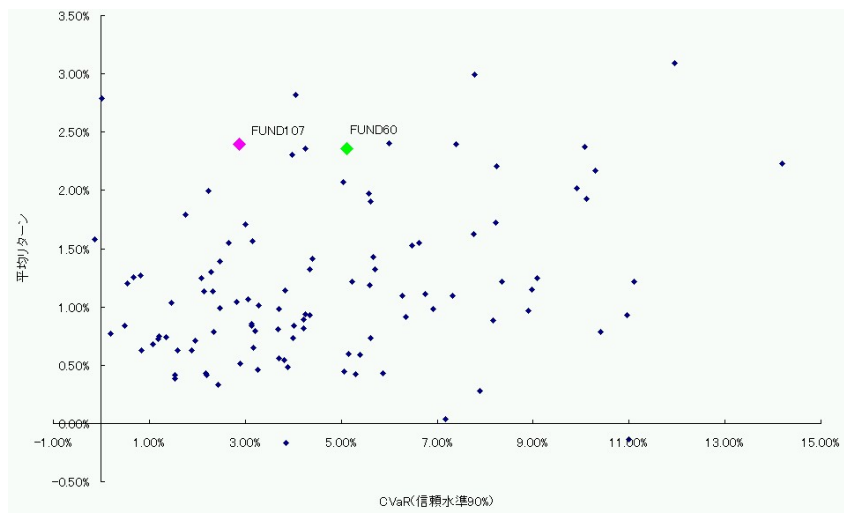


図 2: 平均-CVaR

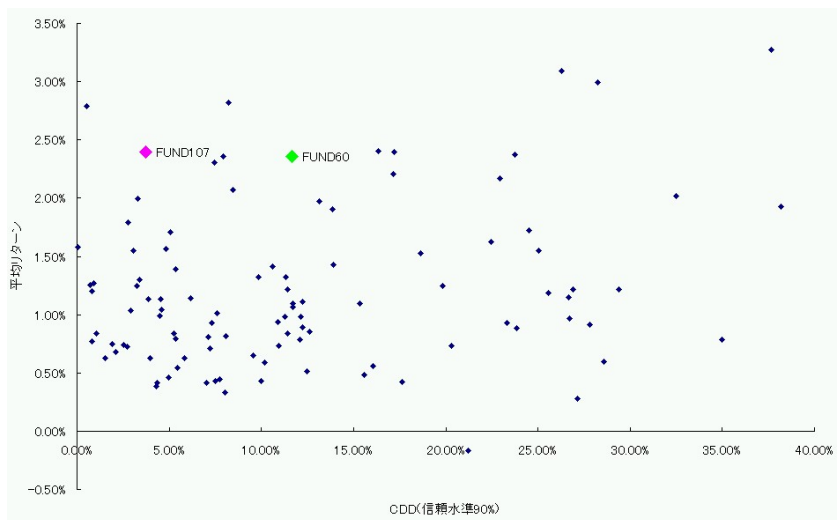


図 3: 平均-CDD

リスク許容度	0.10 %	0.50 %	1.00 %	3.00 %	5.00 %
FUND18	0.39 %	2.13 %	4.01 %	7.05 %	10.58 %
FUND23	2.12 %	4.76 %	11.17 %	20.12 %	28.72 %
FUND72	4.39 %	12.36 %	12.27 %	28.30 %	41.77 %
FUND98	93.10 %	80.76 %	72.55 %	44.53 %	18.94 %
期待収益率	2.81 %	2.85 %	2.88 %	2.97 %	3.05 %
標準偏差	1.89 %	2.12 %	2.58 %	4.04 %	5.60 %
CVaR(信頼水準 90 %)	0.10 %	0.50 %	1.00 %	3.00 %	5.00 %
CDD(信頼水準 90 %)	0.44 %	0.65 %	1.21 %	3.69 %	8.15 %

表 4: CVaR(信頼水準 90%) 最適ポートフォリオ

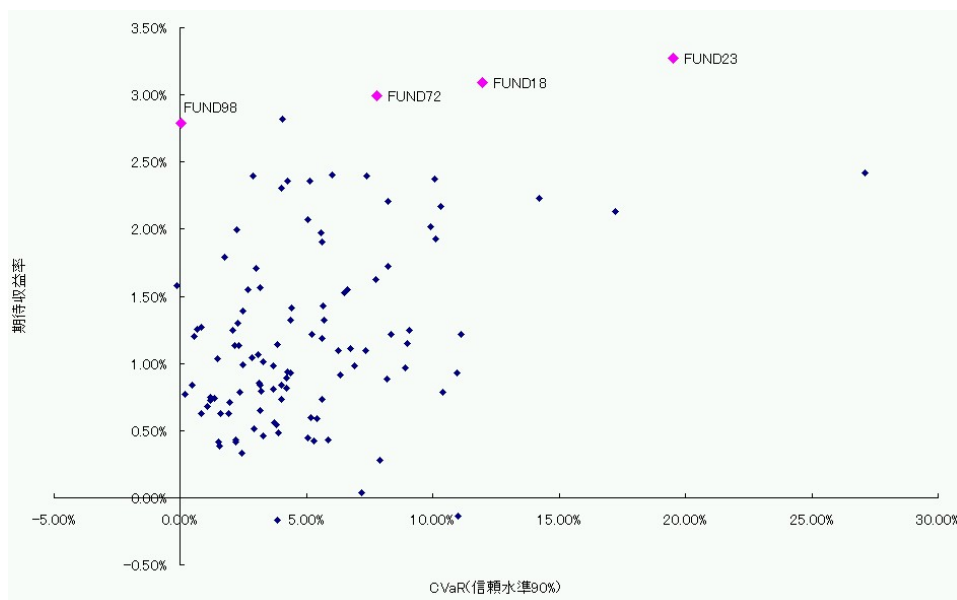


図 4: CVaR 最適化で選択されたファンド

分が高くなる。FUND98 の期待収益率は 2.79% と高く、信頼水準 90% の CVaR は 0.01% と非常に小さい。したがって、CVaR をリスクと見做した場合は FUND98 はほぼ無リスクのファンドとなる。リスク許容度を小さくするにつれ FUND98 の配分が増えるのは、許容度に収まらない部分を FUND98 に配分していくためである。CVaR 最適化はこの様なファンドを高い収益の期待できる安全資産と見做し、リスク許容度が許す分だけそのファンドより期待収益率が大きくてリスクなファンドに配分する、ということもできる。また、リスク許容度を小さくすると、標準偏差、CDD も小さくなっていることが確認できる。各リスク指標の定義の違いからこのようなことが常に成立するとは言いえないが、今回 CVaR 最適化で選択されたファンドは CVaR が大きいファンドは標準偏差、CDD も大きく、逆に CVaR が小さいファンドは標準偏差、CDD も小さいため、CVaR リスク許容度を小さくすると他のリスク指標も小さくなる。

次に、CDD 最適ポートフォリオを求める。CVaR と同様に信頼水準を 90% とし、リスク許容度は 0.1%、0.5%、1%、5%、10% とした。表 5 に配分されたファンドとそのウェイト、各リスク指標を示した。また、図 5 に選択されたファンドを示した。

リスク許容度	0.10 %	0.50 %	1.00 %	5.00 %	10.00 %
FUND13	17.84 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
FUND18	0.00 %	0.00 %	2.97 %	3.31 %	8.96 %
FUND23	5.01 %	3.28 %	10.94 %	27.22 %	44.26 %
FUND29	1.86 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
FUND49	1.59 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
FUND72	0.00 %	9.16 %	10.90 %	32.08 %	31.38 %
FUND73	11.69 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
FUND79	2.29 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
FUND88	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	14.00 %
FUND91	3.59 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
FUND98	56.13 %	87.56 %	75.19 %	37.38 %	1.40 %
期待収益率	2.43 %	2.83 %	2.88 %	3.00 %	3.10 %
標準偏差	1.75 %	1.95 %	2.51 %	4.88 %	7.01 %
CVaR(信頼水準 90 %)	0.10 %	0.33 %	0.97 %	4.26 %	7.60 %
CDD(信頼水準 90 %)	0.10 %	0.50 %	1.00 %	5.00 %	10.00 %

表 5: CDD(信頼水準 90%) 最適ポートフォリオ

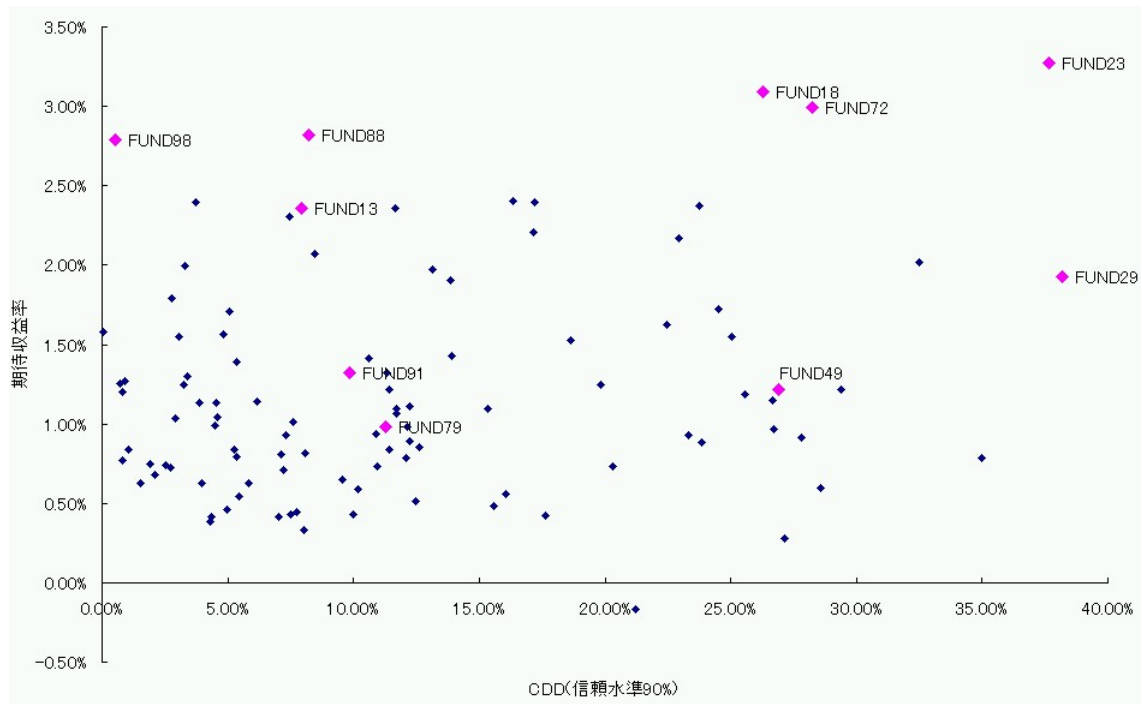


図 5: CDD 最適化で選択されたファンド

CVaR の場合と同様に CDD の場合もまず期待収益率の高いファンドから選択し、残りの部分をそのファンドがドローダウンを被る時にドローダウンを被らないファンドで期待収益率の高いファンドに配分する。したがって、CVaR の時と同様にリスク許容度に収まる間は期待収益率が高い順から配分し、その後は FUND98 に配分する。しかし、FUND98 の信頼水準 90% の CDD は 0.51% であるので、リスク許容度が 0.1% の時は FUND98 もそのリスク許容度に収まらない。したがって、FUND98 がドローダウンを被っている間にドローダウンを被らないファンドに配分することになる。ここで配分されるのは FUND98 がドローダウンを被っている時にドローダウンを被っていないファンドであり、そのファンド自体の CDD が低い訳ではないことには注意する必要がある。CDD 最適ポートフォリオの場合もリスク許容度を小さくするにつれ、他のリスク指標も小さくなる。しかし、リスク許容度 0.1% の CDD 最適ポートフォリオとリスク許容度 0.1% の CVaR 最適ポートフォリオのリスク指標を比べると、CDD 最適ポートフォリオの方が期待収益率が低く、標準偏差、CDD も小さいため、CVaR 最適ポートフォリオよりコンサーバティブなポートフォリオといえる。しかし、CDD 最適ポートフォリオの CVaR は CVaR 最適ポートフォリオと同じ 0.1% である。

これらの手法で得られたポートフォリオと平均分散最適ポートフォリオの違いを考察する。ここで、平均分散最適ポートフォリオとは月次のターゲットリターンを指定し、その期待収益率を達成するポートフォリオの中で分散が最小となるポートフォリオである。CVaR, CDD 最適ポートフォリオとの比較を行うため、リスク許容度 0.1% の CVaR, CDD 最適ポートフォリオの期待収益率 2.81%, 2.43% を達成する平均分散最適ポートフォリオを求めた。図 6-9 に CVaR, CDD 最適化によって選択されたファンドとそのウェイト、平均分散アプローチによって選択されたファンドとそのウェイトを示した。ファンド名の横の括弧内の前の数字が CVaR, CDD 最適化によるウェイト、後ろの数字が平均分散アプローチによるウェイトを表す。また、表 6 に平均分散最適ポートフォリオの各リスク指標を示した。

期待収益率	2.43 %	2.81 %
標準偏差	1.38 %	1.86 %
CVaR(信頼水準 90 %)	-0.23 %	0.21 %
CDD(信頼水準 90 %)	0.32 %	0.49 %

表 6: 平均分散最適ポートフォリオのリスク指標

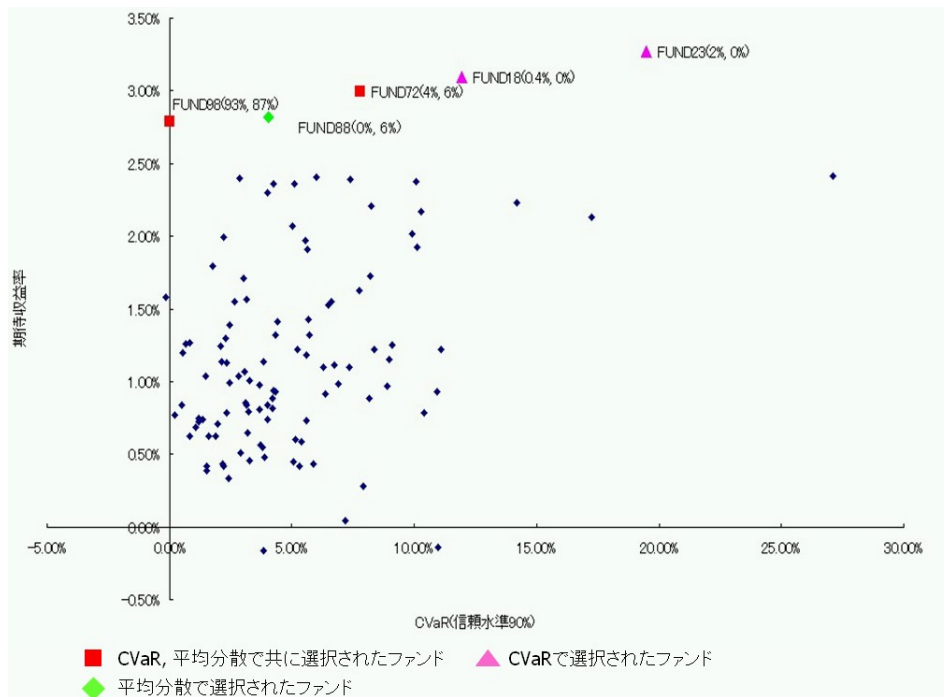


図 6: CVaR, 平均分散アプローチで選択されたファンド (横軸 CVaR)

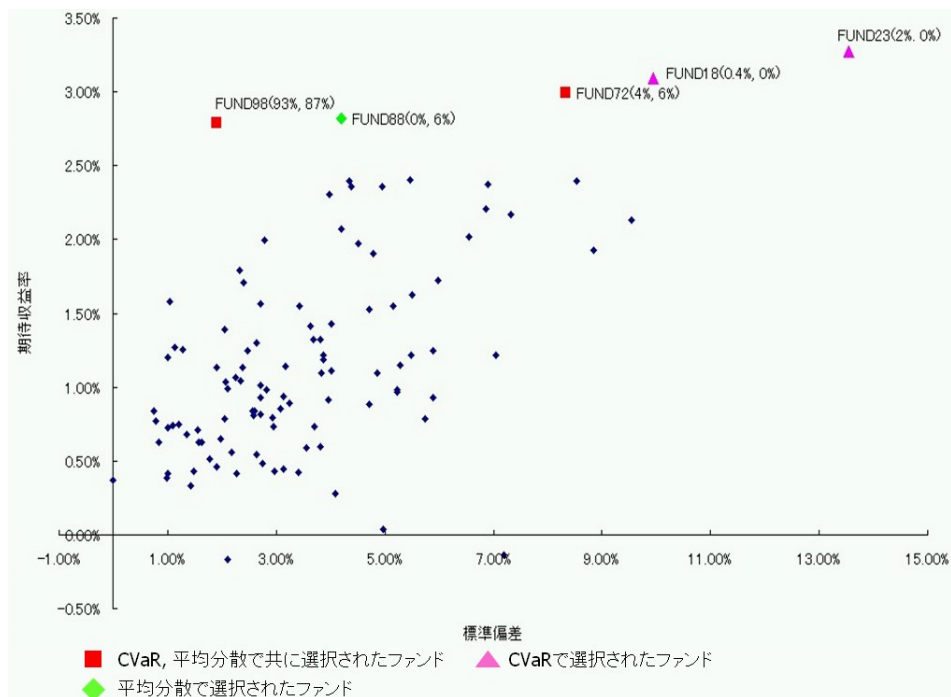


図 7: CVaR, 平均分散アプローチで選択されたファンド (横軸 標準偏差)

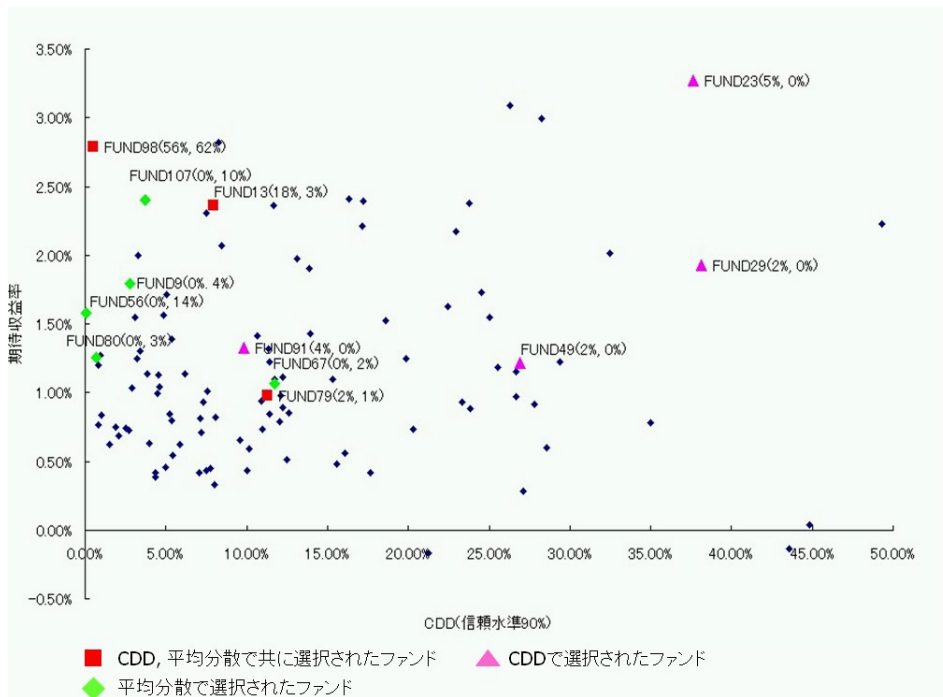


図 8: CDD, 平均分散アプローチで選択されたファンド (横軸 CDD)

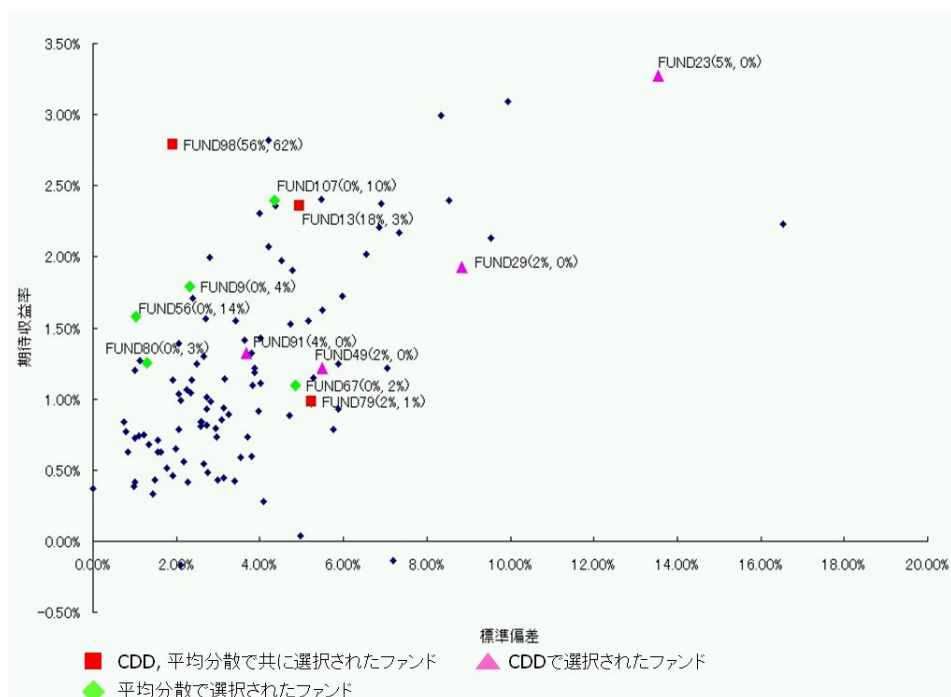


図 9: CDD, 平均分散アプローチで選択されたファンド (横軸 標準偏差)

リスク指標を見ると、標準偏差が CVaR, CDD 最適ポートフォリオより小さいことが確認できる。また、CVaR, CDD も非常に小さい。この原因は後に明らかにすることにして、まず CVaR 最適ポートフォリオと平均分散最適ポートフォリオの違いを考察する。CVaR 最適ポートフォリオでは FUND98 に 93 % を配分しているが、平均分散最適ポートフォリオでは 87 % と配分が減っている。これは、テイル部分をリスクと見なした場合、FUND98 はほぼ無リスクであるのに対し、標準偏差をリスクと見なした場合、FUND98 がリスクをもったファンドとなることによる。FUND98 に配分した残りの部分は CVaR 最適ポートフォリオでは FUND98 が損失を被っている時に利益をあげている期待収益率の高いファンドに配分する。FUND88 に配分されていないのは FUND98 が損失を被っている時に FUND88 も損失を被っているためである。一方、平均分散アプローチでは分散の小さなポートフォリオを構成するために FUND98 と相関が低く、さらに標準偏差の小さなファンドに配分する。FUND88 は全体としては FUND98 と相関が低く、FUND18, 23 に比べて標準偏差が小さいため選択されている。FUND18, 23 が選択されていないのは標準偏差が大きいためである。次に CDD 最適ポートフォリオと平均分散最適ポートフォリオの違いを考察する。CDD 最適ポートフォリオの FUND98 への配分が 56 % と少ないが、この理由は先に述べた。FUND98 に配分した残りの部分は、FUND98 がドローダウンを被っている時に収益をあげているファンドに配分する。一方、平均分散アプローチでは FUND98 と相関が低く、さらに標準偏差の小さなファンドに配分する。図 9 を見ると、選択されたファンドは全て標準偏差が 5 % 以下と小さいことが確認できる。平均分散アプローチでは FUND98 と FUND56 への配分が非常に高くなった。表 7 に主に配分された FUND98 と FUND56 のリスク指標、また今回利用したファンドのリスク指標の平均を示した。

	FUND56	FUND98	平均
(1) 平均月次リターン	1.58 %	2.79 %	1.23 %
(2) 平均月次超過リターン	1.38 %	2.59 %	1.03 %
(3) 月次標準偏差	1.03 %	1.91 %	3.94 %
(2)/(3)	1.34	1.36	0.32
(4) CVaR(信頼水準 90 %)	-0.14 %	0.01 %	5.16 %
(5) CDD(信頼水準 90 %)	0.03 %	0.51 %	14.89 %

表 7: FUND56, 98 のリスク指標と利用したファンドのリスク指標の平均

FUND98 と FUND56 は標準偏差が小さいだけでなく CVaR, CDD も非常に小さい。平均分散最適ポートフォリオの CVaR, CDD が非常に小さいのはこのためである。

2.3 out-of-sample の結果

ここでは 2.2 で紹介した各手法で運用した時の違いを out-of-sample の結果で検証する。まず 2001 年 1 月から 12 月の月次リターンを in-sample として 2002 年 1 月のポートフォリオを構築し、次に 2001 年 1 月から 2002 年 1 月の月次リターンを in-sample として 2002 年 2 月のポートフォリオを構築する。以下同様に、過去の月次リターンのデータを全て in-sample として次の月のポートフォリオの最適化を行う。

out-of-sample として 2002 年 1 月から 2005 年 12 月まで各手法で運用した時の資産の推移を図 10-12 に示した。CVaR, CDD 最適ポートフォリオの資産の推移を見ると、初めの 1 年間はドローダウンを被って収益が伸びていないことが見て取れる。図 13 にリスク許容度 0.1% の CVaR 最適ポートフォリオで運用した場合の配分の推移を示した。

CVaR 最適ポートフォリオの配分の推移を見ると、2002 年の 1 月から 3 月は FUND13 に高い割合で配分している。これは FUND13 が 2001 年に大きな損失を被らずに高い収益をあげていることによる。FUND13 が 2002 年 3 月 4 月に連続して損失を被ったため、5 月には配分を FUND88 に大きくシフトしている。しかし、5 月には FUND13 が大きな収益をあげたため、6 月にはまた FUND13 に大きくシフトし、損失を被っている。このようにこれらの手法はサンプルパスアプローチであるためサンプル数が少ない場合はある月に大きな収益をあげたファンドに次の月から多く配分し、損失

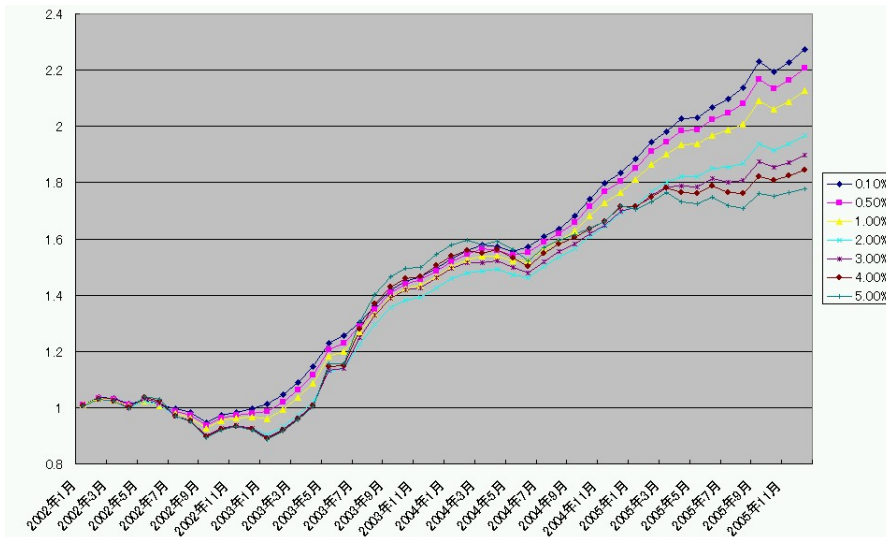


図 10: CVaR 最適ポートフォリオで運用した場合の資産の推移

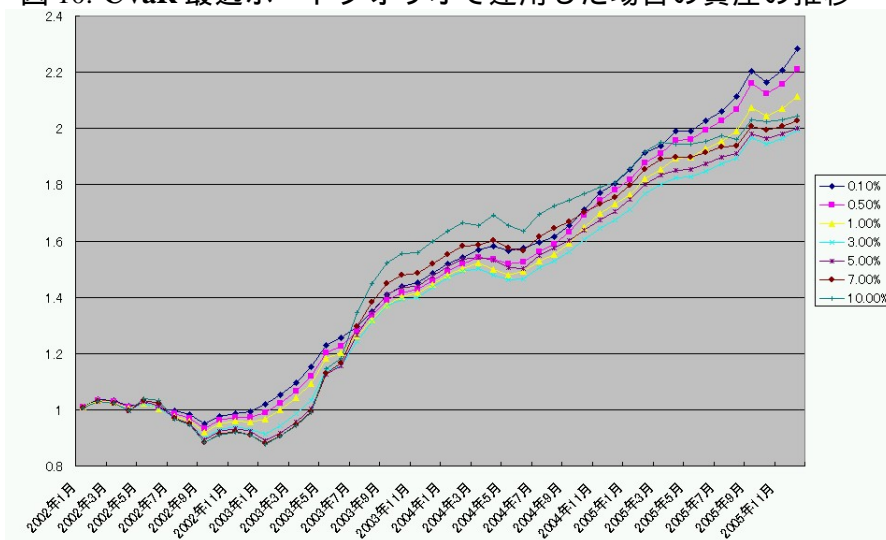


図 11: CDD 最適ポートフォリオで運用した場合の資産の推移

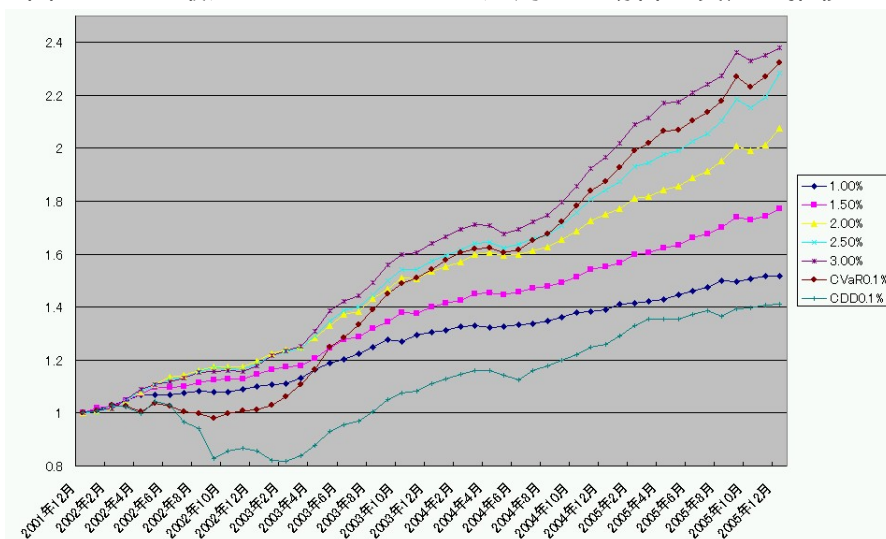


図 12: 平均分散最適ポートフォリオで運用した場合の資産の推移

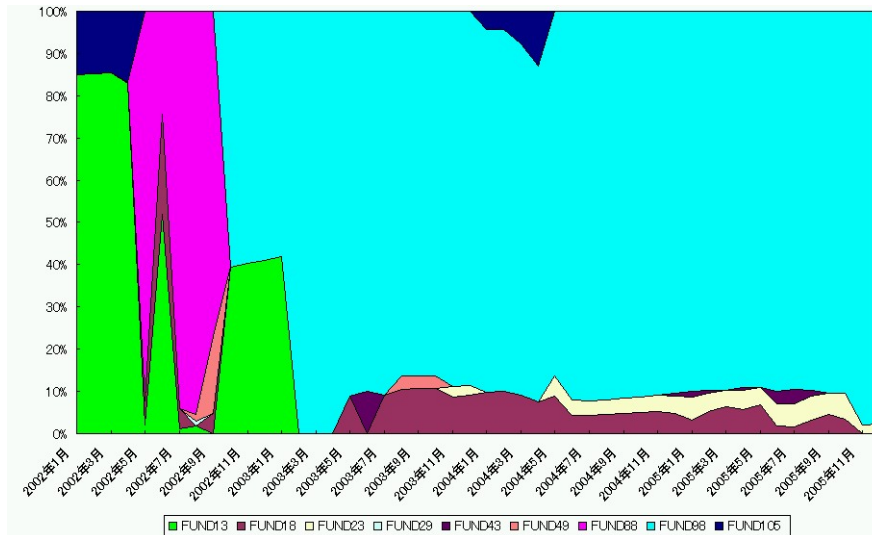


図 13: CVaR 最適ポートフォリオ (リスク許容度 0.1%) で運用した場合の配分の推移

を出した場合は次の月には配分を引き抜くという性質がある。CDD 最適ポートフォリオが初めの 1 年間にドローダウンを被っているのも全く同じ原因である。また、信頼水準を 90% としているため、例えば 20 ヶ月分のサンプル数しかない場合はテイルリスクとして参照される月は 2 ヶ月のみである。したがって、サンプル数が少ない場合は CVaR, CDD の信頼度は非常に低い。このような理由から CVaR, CDD 最適ポートフォリオはサンプル数の少ない初めの 1 年程は配分の変化が非常に大きくなっている。以上のことから、上で紹介した手法はサンプル数が少ない場合は信頼性が低いといえる。3 年の in-sample のデータが確保できる 2004 年から 2005 年の out-of-sample の各手法でのパフォーマンスを表す指標を表 8-10 に示した。

シャープレシオから判断すると、リスク許容度 0.1% の CDD 最適ポートフォリオが最も良いパフォーマンスをしている。さらに年率リターンも 24.04% と一番高い。CVaR, CDD も非常に低く、低リスクで高リターンを得ることができている。またリスク許容度 0.1% の CVaR 最適ポートフォリオもこれと同じ位良いパフォーマンスをしている。リスク許容度を大きくしていくにつれ、CVaR, CDD 最適ポートフォリオ共にリスクが大きくなっていく。これは、リスク許容度が小さい時には FUND98 に非常に高い割合で配分していることによる。先に述べたように FUND98 は非常にリスクが小さい一方で高い収益をあげている。このため、リスク許容度を小さくすればするほど FUND98 の配分が増え、結果的に安定してリターンをあげることができている。リスク許容度が大きい場合の方が小さい場合より期待リターンが高くなるため実現リターンも大きくなることが予想されるが、今回は逆の結果となった。これは 2001 年からのデータを in-sample とした一方で、out-of-sample の結果を 2004 年から 2005 年のパフォーマンスで評価したことによる。FUND98 より期待収益率が高く、リスク許容度を大きくすることによって配分が多くなったファンドは 2003 年以前に非常に高い収益をあげているが、2004 年以降は高い収益をあげることができなかった。

平均分散アプローチで CVaR, CDD 最適ポートフォリオと同じ位の高いリターンを目指そうとした場合、リスク許容度 0.1% の CVaR 最適ポートフォリオと同じ期待収益率をターゲットリターンとした時は FUND98 に多く配分することにより非常に良いパフォーマンスとなっているが、リスク許容度 0.1% の CDD 最適ポートフォリオと同じ期待収益率をターゲットリターンとした時とターゲットリターン 3.00% の時は、シャープレシオは小さい。このように高い収益率を目指した場合平均分散アプローチは非常に不安定になる。また、この 3 つの場合全てにおいて平均分散最適ポートフォリオの各リスク指標はリスク許容度 0.1% の CVaR, CDD 最適ポートフォリオのそれを下回っている。このことから、高いリターンを目指す場合は平均分散アプローチより CVaR, CDD 最適化の方が適した手法であるといえる。しかし、高いリターンを目指すのではなく、安定して収益をあげるようなポートフォリオを目指す場合、例えばターゲットリターンが 1.5% の時は、年率リターンが 12.55% でシャープレシオが 4.20 と非常に安定して収益をあげられていることが分かる。さら

リスク許容度	0.10 %	0.50 %	1.00 %	2.00 %	3.00 %	4.00 %	5.00 %
年率リターン	23.40 %	21.92 %	20.43 %	17.49 %	13.93 %	10.67 %	7.36 %
標準偏差	4.87 %	4.72 %	4.63 %	4.59 %	4.91 %	5.34 %	5.87 %
シャープレシオ	4.31	4.13	3.90	3.29	2.35	1.55	0.85
最大ドローダウン	1.68 %	1.54 %	1.42 %	2.02 %	2.98 %	3.76 %	4.63 %
CVaR(信頼水準 90 %)	1.22 %	1.18 %	1.11 %	1.19 %	1.41 %	1.79 %	2.20 %
CDD(信頼水準 90 %)	1.43 %	1.41 %	1.29 %	1.63 %	2.07 %	2.55 %	3.73 %

表 8: CVaR(信頼水準 90%) 最適ポートフォリオの 2004-2005 のパフォーマンス

リスク許容度	0.10 %	0.50 %	1.00 %	3.00 %	5.00 %	7.00 %	10.00 %
年率リターン	24.04 %	23.12 %	20.98 %	17.81 %	16.49 %	15.50 %	13.10 %
標準偏差	4.94 %	4.89 %	5.03 %	4.64 %	4.52 %	4.46 %	5.15 %
シャープレシオ	4.38	4.23	3.69	3.32	3.11	2.94	2.08
最大ドローダウン	1.80 %	1.65 %	2.87 %	2.67 %	2.50 %	2.42 %	3.29 %
CVaR(信頼水準 90 %)	1.14 %	1.23 %	1.47 %	1.30 %	1.16 %	1.11 %	1.49 %
CDD(信頼水準 90 %)	1.19 %	1.47 %	2.30 %	2.39 %	2.14 %	1.83 %	2.33 %

表 9: CDD(信頼水準 90%) 最適ポートフォリオの 2004-2005 のパフォーマンス

期待収益率	1.00 %	1.50 %	2.00 %	2.50 %	3.00 %	CVaR0.1 %	CDD0.1 %
年率リターン	7.90 %	12.55 %	16.30 %	20.48 %	20.42 %	22.78 %	12.82 %
標準偏差	1.90 %	2.42 %	3.33 %	4.50 %	4.93 %	4.83 %	4.45 %
シャープレシオ	2.90	4.20	4.17	4.02	3.65	4.22	2.34
最大ドローダウン	0.62 %	0.61 %	0.88 %	1.35 %	2.05 %	1.68 %	3.04 %
CVaR(信頼水準 90 %)	0.37 %	0.41 %	0.64 %	1.04 %	1.38 %	1.20 %	1.45 %
CDD(信頼水準 90 %)	0.41 %	0.46 %	0.77 %	1.12 %	1.60 %	1.30 %	2.21 %

表 10: 平均分散最適ポートフォリオの 2004-2005 のパフォーマンス

に、CVaR やドロウダウンも非常に小さく抑えられている。このように安定して収益をあげるようなポートフォリオを目指す場合は平均分散アプローチは依然有力な手法である。

一つのファンドに高い割合で配分するとそのファンドが大きく損失を出した時には我々が構築したポートフォリオも大きな損失を被る。そのようなリスクは標準偏差やCVaRなどの数字には表れない。fund of funds を運用する際には、そのようなリスクの軽減が期待されるため、非常に良いパフォーマンスをしているファンドが存在する場合においても一つのファンドに集中的に配分することは投資家の要望に反する場合がある。数字に表れないリスクを軽減してもポートフォリオのパフォーマンスが落ちないのであれば、一つのファンドに高い割合で配分するのは避けた方がよい。ここではシングルファンドへの配分に資産の最大 15% という制約を加え、上と同様の最適化を行い、表 11-13 に 2004 年から 2005 年の out-of-sample のパフォーマンスのリスク指標を示した。

リスク許容度	0.10 %	0.50 %	1.00 %	2.00 %	3.00 %	4.00 %	5.00 %
年率リターン	15.42 %	16.30 %	15.09 %	13.97 %	12.66 %	8.76 %	8.45 %
標準偏差	6.39 %	7.18 %	7.11 %	7.19 %	6.73 %	7.28 %	7.95 %
シャープレシオ	2.04	1.94	1.79	1.61	1.52	0.87	0.76
最大ドロウダウン	5.16 %	6.33 %	5.93 %	5.74 %	4.49 %	5.00 %	6.18 %
CVaR(信頼水準 90 %)	2.16 %	2.66 %	2.56 %	2.36 %	2.45 %	2.84 %	2.89 %
CDD(信頼水準 90 %)	5.06 %	6.10 %	5.64 %	5.14 %	4.14 %	4.74 %	5.55 %

表 11: 15 % 制約つき CVaR(信頼係数 90%) 最適ポートフォリオの 2004-2005 のパフォーマンス

リスク許容度	0.10 %	0.50 %	1.00 %	3.00 %	5.00 %	7.00 %	10.00 %
年率リターン	13.58 %	14.83 %	13.20 %	14.52 %	12.18 %	10.27 %	7.48 %
標準偏差	5.88 %	6.91 %	7.74 %	6.75 %	6.91 %	7.14 %	8.29 %
シャープレシオ	1.90	1.80	1.40	1.80	1.42	1.10	0.61
最大ドロウダウン	5.27 %	6.50 %	7.77 %	4.73 %	4.55 %	4.07 %	8.27 %
CVaR(信頼水準 90 %)	2.16 %	2.66 %	3.25 %	2.24 %	2.75 %	2.59 %	3.10 %
CDD(信頼水準 90 %)	5.20 %	6.47 %	7.75 %	4.65 %	4.21 %	3.88 %	7.61 %

表 12: 15 % 制約つき CDD(信頼係数 90%) 最適ポートフォリオの 2004-2005 のパフォーマンス

期待収益率	1.50 %	2.00 %	2.50 %	3.00 %
年率リターン	12.49 %	14.29 %	12.79 %	11.95 %
標準偏差	2.75 %	4.07 %	5.31 %	5.43 %
シャープレシオ	3.68	2.92	1.96	1.76
最大ドロウダウン	0.85 %	1.89 %	4.28 %	4.01 %
CVaR(信頼水準 90 %)	0.52 %	0.93 %	1.72 %	2.07 %
CDD(信頼水準 90 %)	0.72 %	1.74 %	3.91 %	3.70 %

表 13: 15 % 制約つき平均分散最適ポートフォリオの 2004-2005 のパフォーマンス

15% の制約を加えた場合と加えない場合のリスク指標を比べると、全てのケースにおいて 15% の制約を加えない方がよいパフォーマンスをしていることが分かる。15% の制約を加えることに

より、リターンが下がり、各リスク指標が大きくなることが確認された。

本稿で利用したヘッジファンドは2001年から2005年までの月次リターンが取得可能なものであったため、サバイバーシップ・バイアスがかかっていることには注意する必要がある。つまり、今回利用したヘッジファンドは少なくとも5年間継続しているものであるため、パフォーマンスの悪さゆえに破綻したファンドが含まれていない。このため、非常に危険なファンドに集中投資するリスクは始めから回避されている。非常に危険なファンドが存在する場合、テイルリスクを考慮しない平均分散アプローチによって最適化を行った時に危険なファンドが選択される可能性や、集中投資を避けた時のほうがパフォーマンスが良くなる可能性があることには注意する必要がある。

3 ヘッジファンドのパフォーマンス分析とファンド・オブ・ファンズ運用への適用

Fung and Hsieh (1997, 1999, 2000a, 200b, 2001, 2002a, 2002b, 2004a, 2004b) や Agarwal and Naik (2004) などの研究によると、ヘッジファンドのリターンも個別株や投資信託と同様に株価インデックスなどのリスクファクターによって説明される場合が多い。ここでヘッジファンドのリターンが投資信託のそれと大きく異なるのは、ショートやレバレッジの影響に加えてリターンが原資産に対して非線形に反応する場合があるということである。3.1でヘッジファンドのリターンの要因分解を行い、3.2で2節のポートフォリオ最適化と3.1のヘッジファンドのパフォーマンス分析を統合してファンド・オブ・ファンズ運用におけるファンドの選択からリスク管理の一連の流れを示す。

3.1 ヘッジファンドのパフォーマンス分析

理論上ではファンドのリターンは式(5)のようにリスクファクターのリターンとそのファンドの付加価値(alpha)に要因分解することが出来る。

$$r_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^m \beta_{ij} f_j + \epsilon_i. \quad (5)$$

ここで、 r_i はファンド i のリターンを表し、 f_j はリスクファクター j のリターンを表す。 α_i, ϵ_i はリスクファクターでは説明できない部分であり、 α_i はファンド i の付加価値、 ϵ_i は誤差を表す。この節では39のヘッジファンドに対し、リターンを株価インデックスなどの市場で観測できるリスクファクターのリターンを説明変数として回帰分析を行うことにより式(5)のように要因分解を行う。本稿では、回帰分析を行った結果の切片をアルファと呼ぶことにする。

本稿でリスクファクターとして採用したのは株価インデックスとしてアジア各国の代表的な株価インデックスとS&P500、ダウ欧州株価指数、ボンドインデックスとしてアジア各国とUSAのMSCI bond index、各国の対米ドル為替レート、コモディティインデックスとしてGSCI commodity index、そして上で採用した株価インデックスのオプションである。以上のインデックスはBloombergのデータを利用した。表14-17に今回利用したインデックスを示した。日本の株価インデックスはラッセル・野村のスタイルインデックスを用い、さらにリスクファクターとしてサイズ・ファクター (small minus big, SMB) と book-to-market ファクター (high minus low, HML) を構成する。発展途上諸国では大型株、小型株、あるいはバリュー株、グロース株の分類が困難で日本のようにスタイルインデックスが存在しない国も多い。したがってこれらの国においては、サイズ・ファクターや book-to-market ファクターを構成することができないため、ファクターとしては株価インデックスそのものしか採用できない。MSCI bond index に関しては各国のボンドインデックスそのもののリターンと各国とUS treasury のスプレッドをファクターとして採用し、為替に関しては各国の対米ドル為替レートのリターンをファクターとする。fixed income や distressed debt などの戦略をとるファンドに対してはクレジットスプレッドのインデックスがリスクファクターとして期待されるが、データの取得が困難であるため、本稿においては株価インデックスで代用する。株価インデックスのオプションはATM,OTMのプットとコールをブラック・ショールズ式で計算したものを利用する。ここではボラティリティはヒストリカルボラティリティとし、OTMの行使価格はプットオプションに対してはスポット価格の99%、コールオプションに対してはスポット価格の101%とする。ここでオプションのリターンとは次のようなトレーディングによって得られるリターンを表す。例えば、2001年4

オーストラリア	AS25 Index	AS25 S & P/ASX 100 INDEX	シンガポール	BTSRI Index	BTSRI SING: BUSINESS TIME REGN
	AS26 Index	AS26 S & P/ASX 20 INDEX		SESALL Index	SESALL SINGAPORE ALL INDEX
	AS31 Index	AS31 S & P/ASX 50 INDEX		STI Index	STI STRAITS TIMES INDEX
	AS34 Index	AS34 S & P/ASX MIDCAP 50 INDEX		UOBDAQ Index	UOBDAQ SING: UOB SESDAQ INDEX
	AS38 Index	AS38 S & P/ASX SMALL ORDS INDEX	韓国	KRX100 Index	KRX100 KOREA EXCHANGE 100 INDEX
	AS39 Index	AS39 ASX SMALLCAP RESOURCES		KOSPI Index	KOSPI KOREA COMPOSITE INDEX
	AS40 Index	AS40 ASX SMALLCAP INDUSTRIALS		KOSPI2 Index	KOSPI2 KOREA KOSPI 200 INDEX
	AS51 Index	AS51 S & P/ASX 200 INDEX		KOSDAQ Index	KOSDAQ KOSDAQ COMPOSITE INDEX
	AS52 Index	AS52 S & P/ASX 300 INDEX		KOSPI100 Index	KOSPI100 KOREA KOSPI 100 INDEX
	シンセン	SZASHR Index	SZASHR CHINA SE SHENZHEN A		KOSPI50 Index
SZBSHR Index		SZBSHR CHINA SE SHENZHEN B		KOSPLMKC Index	KOSPLMKC KOSPI LARGE CAP INDEX
SZCOMP Index		SZCOMP CHINA SE SHENZ COMPOSITE		KOSPMMKC Index	KOSPMMKC KOSPI MID CAP INDEX
SIASA Index		SIASA SSE A-SHARE INDEX		KOSPSMKC Index	KOSPSMKC KOSPI SMALL CAP INDEX
SIBSB Index		SIBSB SSE B-SHARE INDEX		KOSTAR Index	KOSTAR KOSDAQ STAR INDEX
SICOM Index		SICOM SSE CONSTITUENT STOCK IX		KOSDAQ50 Index	KOSDAQ50 KOSDAQ50 INDEX
SHSZ300 Index		SHSZ300 SHSE-SZSE300 INDEX		KOSD100 Index	KOSD100 KOSDAQ 100 INDEX
FXTID Index		FXTID FTSE/XINHUA CHINA 25		KOSDM300 Index	KOSDM300 KOSDAQ MID300 INDEX
XIN31 Index		XIN31 FTSE XINHUA CH A200 INDX		KOSDSMAL Index	KOSDSMAL KOSDAQ SMALL INDEX
XIN51 Index		XIN51 FTSE XINHUA CH A400 INDX	台湾	TWSE Index	TWSE TAIWAN TAIEX INDEX
上海	SHASHR Index	SHASHR CHINA SE SHANGHAI A		TW50 Index	TW50 TSEC TAIWAN 50 INDEX
	SHBSHR Index	SHBSHR CHINA SE SHANGHAI B		TWMC Index	TWMC TSEC MID-CAP 100 INDEX
	SHCOMP Index	SHCOMP CHINA SE SHANG COMPOSITE		TWIT Index	TWIT TSEC TECHNOLOGY INDEX
	SSE180 Index	SSE180 CHINA SE SHANG 180 A SHR	タイ	TWOTCI Index	TWOTCI TAIWAN GRE TAI EXCHANGE
	SSE50 Index	SSE50 SHANGHAI SE 50 A-SHR IDX		SET Index	SET STOCK EXCH OF THAI INDEX
	SHSZ300 Index	SHSZ300 SHSE-SZSE300 INDEX		SET50 Index	SET50 THAI SET 50 INDEX
	HKX Index	HKX AMEX HONG KONG 30 INDEX		MAI Index	MAI THAI STOCK EXCHG MAI IX
	HSI Index	HSI HANG SENG INDEX		SET100 Index	SET100 THAI SET 100 INDEX
	HSHKLI Index	HSHKLI HANG SENG HK LARGE CAP	バングラデシュ	DHAKA Index	DHAKA DHAKA STK EXG DHAKA EXCH
	HSHKMI Index	HSHKMI HANG SENG HK MID CAP IDX	インド	BSE100 Index	BSE100 BOMBAY STOCK EX 100 IDX
香港	HSHKSI Index	HSHKSI HANG SENG HK SMALL CAP		BSE200 Index	BSE200 BOMBAY STOCK EX 200 IDX
	HKSPLC25 Index	HKSPLC25 S & P/HKEx LargeCap Index		SENSEX Index	SENSEX BSE SENSEX 30 INDEX
	HKSPGEM Index	HKSPGEM S & P/HKEx GEM Index		DOLLEX Index	DOLLEX DOLLEX INDEX DOLLEX IDX
	JCI Index	JCI JAKARTA COMPOSITE INDEX		NIFTY Index	NIFTY NSE S & P CNX NIFTY INDEX
	MBX Index	MBX JAKARTA SE MAIN BOARD IX		DOLL30 Index	DOLL30 DOLLEX INDEX DOLL BSE30
	DBX Index	DBX JAKARTA SE DEVEL BRD IDX		BSE500 Index	BSE500 BOMBAY STOCK EX 500 IDX
	LQ45 Index	LQ45 JAKARTA LQ-45 INDEX		DEFTY Index	DEFTY NSE S & P CNX DEFTY INDEX
	D300IN Index	D300IN HSBC Dragon INDONESIA		BSEMDCAP Index	BSEMDCAP BSE MID-CAP INDEX
	JAKISL Index	JAKISL JAKARTA ISLAMIC INDEX		BSESMCAP Index	BSESMCAP BSE SMALL-CAP INDEX
	SSXCSPI Index	SSXCSPI SSX CSPI		NIFTYJR Index	NIFTYJR NSE S & P CNX MIDCAP INDEX
ジャカルタ	KLSI Index	KLSI KUALA LUMPUR SYARIAH IX		CNXBANK Index	CNXBANK BANK NIFTY INDEX
	KL2ND Index	KL2ND KUALA LUMPUR 2ND BOARD		CNXMCP Index	CNXMCP NSE CNX MIDCAP INDEX
	KLCI Index	KLCI KUALA LUMPUR COMP INDEX		FTYIID Index	FTYIID FTSE World India
	MCI Index	MCI MESDAQ COMPOSITE INDEX	パキスタン	KSE Index	KSE Pakistan All Share
	NZSE Index	NZSE NZX ALL INDEX		KSE100 Index	KSE100 PAKISTAN 100 INDEX
	NZSEG Index	NZSEG NZX ALL GROSS INDEX	スリランカ	CSEALL Index	CSEALL Sri Lanka All Share
	NZSE10 Index	NZSE10 NZX TOP 10 INDEX	US	SPX Index	S & P 500
	NZSEMC Index	NZSEMC NZX MID CAP INDEX	欧州	SXXP Index	ダウ欧州株価指数
	NZSESC Index	NZSESC NZX SMALLCAP INDEX			
	PASHR Index	PASHR PHILIPPINES ALL SHARE IX			
NZ	PCOMP Index	PCOMP PHILIPPINES COMPOSITE IX			
	SME Index	SME PHILIPPINES SM-MED ENTER			

表 14: 株価インデックス

MDALTR Index	MSCI Australia TR
MDJPTR Index	MSCI Japan TR
MDNZTR Index	MSCI New Zealand TR
MDUSTR Index	MSCI US Treasury TR
MAHKTR Index	MSCI Hong Kong Dollar Swap TR
MAIDTR Index	MACI Indonesia Rupiah Swap TR
MAPHTR Index	MSCI Philippines Peso Swap TR
MASGTR Index	MSCI Singapore Dollar Swap TR
MASKTR Index	MSCI South Korea Won Swap TR
MATHTR Index	MSCI Thailand Baht Swap TR
MATWTR Index	MSCI Taiwan Dollar Swap TR

表 15: ボンドインデックス

JPY Currency	日本円
EUR Currency	ユーロ
SGD Currency	シンガポールドル
KRW Currency	韓国ウォン
TWD Currency	台湾ドル
HKD Currency	香港ドル
THB Currency	タイバーツ
MYR Currency	マレーシアリング
IDR Currency	インドネシアルピア
AUD Currency	オーストラリアドル
NZD Currency	ニュージーランドドル
INR Currency	インドルピー
PHP Currency	フィリピンペソ
CNY Currency	中国人民元

表 16: 対米ドル為替レート

GSCISPOT Index	GSCI Commodity Spot Index	Goldman Sachs Commodity Spot Indices
GSCCGCSP Index	Gold	Goldman Sachs Commodity Indices
GSCCIASP Index	Aluminium	Goldman Sachs Commodity Indices
GSCCICSP Index	Copper	Goldman Sachs Commodity Indices
GSCCSISP Index	Silver	Goldman Sachs Commodity Indices
GSCCNGSP Index	Natural Gas	Goldman Sachs Commodity Indices
GSCLSPOT Index	GSCI WTI Spot Index	Goldman Sachs Crude Oil Commodity Indices

表 17: コモディティインデックス

月のリターンとは2001年3月末に5月満期のオプションを購入し、4月末に5月満期のオプションを売却して得られるリターンを表す。

Agarwal and Naik(2004)ではevent driven や distressed debt などの戦略をとるヘッジファンドは株価インデックスのリターンに対し、非線形なリターンを生む傾向があることが確認された。

我々はまずファンドのリターンを株価インデックス、ボンドインデックス、対米ドル為替レート、コモディティインデックスのファクターに要因分解する。ここで、ヘッジファンドのリターンの時系列データが少ない一方、考慮するファクターが多いため有意なファクターを抽出する必要がある。本稿ではファクターは4個を上限とした。ファクターの抽出手順は次の通りである。まず、複数の国を投資対象としているファンドの国へのエクスポージャー調べるために各国の株価インデックスの中で最も代表的な株価インデックスを1つずつ選択し、これらのうちの1~4個を説明変数として回帰分析を行う。1~4個の全ての組み合わせについて回帰分析を行い、最も補正 R^2 の高い組み合わせを国へのエクスポージャーとする。ここで、多重共線性が起こった場合は原因の説明変数の一つを取り除く。以下の回帰分析においても多重共線性が起こった場合は同様の作業を行う。次に、上の分析によって選択された国の有意な株価インデックスを抽出する。選択された1~4つの国のすべての株価インデックス、SMB, HML のうちの1~4個を説明変数として回帰分析を行う。1~4個の全ての組み合わせについて回帰分析を行い、最も補正 R^2 の高い組み合わせを株関連ファクターとする。続いて、上で得られた4個以下の株関連ファクターと各国のボンドインデックス、各国のボンドとUS treasury のスプレッドのうちの1~4個を説明変数として回帰分析を行う。1~4個の全ての組み合わせについて回帰分析を行い、最も補正 R^2 の高い組み合わせを株関連+ボンド関連のファクターとする。さらに、上で得られた株関連+ボンド関連ファクターと各国の為替ファクターのうちの1~4個を説明変数として回帰分析を行う。1~4個の全ての組み合わせについて回帰分析を行い、最も補正 R^2 の高い組み合わせを株関連+ボンド関連+為替関連のリスクファクターとする。最後に、上で得られた株関連+ボンド関連+為替関連ファクターとコモディティインデックスのうちの1~4個を説明変数として回帰分析を行う。1~4個の全ての組み合わせについて回帰分析を行い、最も補正 R^2 の高い組み合わせをファンドの持つリスクファクターとする単一の国を投資対象としているファンドについては、その国のすべての株価インデックス、SMB, HML, ボンドインデックス、ボンドとUS treasury のスプレッド、コモディティインデックスのうちの1~4個を説明変数として回帰分析を行う。1~4個の全ての組み合わせについて回帰分析を行い、最も補正 R^2 の高い組み合わせをファンドの持つ線形リスクファクターとする。

次にファクターを横軸にファクターリターン、縦軸にファンドのリターンをとってプロットする事により上で得られたリスクファクターに対するファンドのリターンの反応の仕方を考察し、非線形性が確認されたファンドに対して株価インデックスのオプションをリスクファクターに加えて再び要因分解を行う。以上の分析によって得られたファクターをファンドの持つリスクファクターとする。

以上の分析を2001年1月から2005年12月までの60ヶ月分の全ての月次リターン、2001年1月から2003年4月までの28ヶ月分の月次リターン、2003年5月から2005年12月までの32ヶ月分の月次リターンの3つに対して行う。ここで前半と後半に分けた2003年4月はバブル景気以降で日本の株価が底値を記録した月である。

戦略別の特徴と主なリスクファクターは以下の通りである。

- 戦略：Distressed Debt

主なファクター：株価インデックス, SMB, オプション, ボンドインデックス

前半ではオプションの有意性が目立つが、後半ではオプションファクターを持つファンドは少ない。市場が大きく下がった時にさらに大きな損失を出す傾向があると考えられる。

- 戦略：Relative Value

主なファクター：株価インデックス, SMB, HML, オプション, ボンドインデックス

特に前半ではオプションが有意である。全体的に株関連のファクターが有意であり、ボンドの有意性は小さい。

- 戦略：Long / Short Equities

主なファクター：株価インデックス, SMB, HML, オプション

Korea, Greater China, AS/NZ, emerging, Asia-ex Japan を投資対象とするファンドの説明力は高い。Japan Only を投資対象とするファンドの前半の説明力は特に低い。各ファンドが市場全体が下がっている時に利益を出すようなトレーディング戦略を駆使していると考えられる。

- 戦略：Fixed Income

主なファクター：株価インデックス, SMB, オプション, ボンドインデックス, 対 US Treasury スプレッド

株価インデックスの有意性が高く、クレジット関連の市場に対するエクスポージャーが高いと考えられる。

- 戦略：Multi Strategy

主なファクター：株価インデックス, SMB, オプション, ボンドインデックス, 対 US Treasury スプレッド, 為替, コモディティインデックス

ファンドによって有意なファクターが大きく異なる。またファンド毎にも前半と後半でエクスポージャーが大きく異なる。

- 戦略：Macro

主なファクター：株価インデックス, SMB, ボンドインデックス, 対 US Treasury スプレッド, 為替, コモディティインデックス

レバレッジを大きくとって投資している。市場が大きく動いたときに、さらに大きな利益や損失を出している。その一方でオプションファクターが有意にならず、為替の有意性が目立つ。

- CTA

主なファクター：株価インデックス, SMB, オプション, ボンドインデックス, US-スプレッド, 為替, コモディティインデックス

Macro と同様にレバレッジを大きくとって投資している。市場が大きく動いたときに、さらに大きな利益や損失を出している。Macro と異なる点は為替の有意性が少なく、後半でオプションファクターが有意なファンドがあるということである。また Macro に比べて損益の振れは小さい。

- 戦略：Event Driven

主なファクター：株価インデックス, SMB, 為替, コモディティインデックス

株価インデックスが主に有意なファクターであるが、後半で為替が有意である。

2006年9月、米ヘッジファンドのアマランス・アドバイザーズは天然ガス取引によって巨額損失を被った。これを受けて、ヘッジファンドの商品取引によるリスクが注目されてきた。本稿の分析において、Multi Strategy, Macro, CTA, Event Driven の戦略をとるファンドに対してコモディティインデックスは統計的には有意な説明変数となったが、コモディティインデックスを説明変数に加えない場合と比較すると補正 R^2 は 0.01 ~ 0.02 程度の向上であった。したがって、コモディティインデックスは統計的には有意な説明変数であるものの、その説明力は高くないと言える。

オプションをファクターに加えることにより説明力が特に向上したものは、Distressed Debt の戦略をとるファンドと日本の株関連の市場にエクスポージャーを持つファンドであった。表 18 に戦略別の説明力を示した。60ヶ月分の全ての月次リターンに対して行った場合は説明力は全体的に低かったが、前半と後半に分けた場合説明力は向上している。戦略別で特に Macro, CTA が説明力が大きく向上していることが分かる。また Long / Short Equities の改善度は小さい。また、表 19 に地域別の説明力を示した。

Global や Asia inclu Japan のように投資対象地域を広くとっているファンドの説明力が前半と後半に分けることにより大きく向上した。また、特に前半で Japan Only の説明力が低い、このことから各ファンドが市場全体が下がっている時に利益を出すようなトレーディング戦略を駆使していると考えられる。一方、Emerging Markets や Asia ex-Japan などのような投資対象地域で差別化をはかっているファンドは線形のファクターで高い説明力を実現することができた。

投資戦略	Distressed Debt	Relative Value	Long / Short Equities	Fixed Income	Multi-Strategy	Macro	CTA	Event Driven
ファンド数 (総数 39)	4	3	18	3	4	3	3	1
平均補正 R^2 全体	0.45	0.37	0.58	0.50	0.39	0.32	0.35	0.38
平均補正 R^2 前半	0.64	0.57	0.65	0.74	0.61	0.64	0.52	0.51
平均補正 R^2 後半	0.65	0.52	0.69	0.73	0.66	0.63	0.62	0.60

表 18: 戦略別回帰分析結果

投資対象地域	Asia ex-Japan	Asia incl Japan	Korea	Global	Emerging Markets	Greater China	Australia / New Zealand	Japan Only
ファンド数 (総数 39)	7	7	2	8	5	1	2	7
平均補正 R^2 全体	0.59	0.39	0.64	0.34	0.52	0.56	0.75	0.46
平均補正 R^2 前半	0.73	0.63	0.78	0.53	0.75	0.69	0.83	0.35
平均補正 R^2 後半	0.73	0.67	0.57	0.64	0.70	0.66	0.76	0.58

表 19: 地域別回帰分析結果

各ファンドの持つリスクファクターを見ると前半と後半でエクスポージャーが大きく変わっているファンドが多く見受けられる。このことから各ファンドは状況に応じて投資対象地域やスタイルを切り替えていることが分かる。したがって各時点でファンドの持つリスクを把握するためには非線形性を表すより適切なファクターを説明変数に加えるか、ファンドのエクスポージャーを動的に捉える必要がある。

3.2 ファンド・オブ・ファンズ運用への適用

最後に、ポートフォリオ最適化とパフォーマンス分析を統合して、我々の手法の実務への適用を示す。我々は2節の最適化によって構成されたポートフォリオの2005年のリターンをリスクファクターとファンドのアルファ（以下、ミミックリング・ポートフォリオ）によって再現することを試みる。ここでは、最もシャープレシオの高いリスク許容度0.1%のCDD最適ポートフォリオに対して分析を行った。まず、過去2年のデータを使って選択されたファンドのリターンの要因分解を行い、ファクターへのエクスポージャーとファンドのアルファを調べる。この際、回帰分析の説明変数とその係数はin-sampleのデータを1,2個取り替えても大きく変わらないと考えられるため、3ヶ月ごとに回帰分析をやり直して、エクスポージャーの変化を捉えることにする。そして、ヘッジファンドのポートフォリオをリスクファクターとファンドのアルファのポートフォリオと見なし、このポートフォリオからポートフォリオのリターンを再現する。

図14,15にCDD最適ポートフォリオで運用した場合の資産の推移とミミックリング・ポートフォリオで運用した場合の資産の推移を示した。図14がコモディティインデックスを説明変数に加えずにリターンを再現した場合であり、図15がコモディティインデックスを説明変数に加えてリター

ンを再現した場合である。

図 14 を見ると、コモディティインデックスを説明変数に加えずにリターンを再現した場合、5月、10月の損益を再現できていないことが見てとれるが、他の10ヶ月に関しては精度良く再現できている。一方、図 15 を見ると、コモディティインデックスを説明変数に加えてリターンを再現した場合、5月、10月に加えて、8月のリターンも外している事が分かる。つまり、本稿の分析においてはコモディティインデックスを説明変数に導入することによってリターンの予測精度が低下した。

以下では、CDD 最適ポートフォリオのリターンをミミッキング・ポートフォリオで再現できなかった要因を明らかにするため、CDD 最適ポートフォリオで主に配分されたファンドのリターンのミミッキング・ポートフォリオによる予測結果を示す。図 16 に CDD 最適ポートフォリオの配分の推移を示した。10月までは FUND98 がポートフォリオの 90% 前後を占めていることが分かる。図 17-20 に FUND98 を始め、配分比率が高い上位 4 ファンドのリターンとそのミミッキング・ポートフォリオのリターンを示した。これらのファンドのうち、コモディティインデックスを説明変数に加えた際に説明力を最も高くする説明変数の組み合わせにコモディティインデックスが含まれたのは、FUND98 の 7, 8, 9 月のみである。したがって、コモディティインデックスを説明変数に追加する前後でミミッキング・ポートフォリオのリターンが異なるのは FUND98 の 7, 8, 9 月のみである。図 17 を見るとミミッキング・ポートフォリオが FUND98 の 5 月、10 月の損益を再現できていないことが確認できる。また、コモディティを説明変数に追加した場合のミミッキング・ポートフォリオが 8 月のリターンも外している。図 18-20 を見ると、FUND13, FUND105, FUND73 の 3 つのファンドに関しては、ファンドのリターンの方向性は概ねミミッキング・ポートフォリオで予測できている事が見てとれる。したがって、FUND98 の予測を外した事が CDD 最適ポートフォリオのリターンを予測できなかった主因である。

リスクファクターの動きは日次で観測することができるため、個別ファンドの運用状況がレポートされていない場合においても各ファンド、またファンド・オブ・ファンズのパフォーマンスを予測することが出来る。さらに、リスクファクターが取引されている場合にはリスクをヘッジすることが可能である。ポートフォリオ最適化とパフォーマンス分析への我々のアプローチはファンド・オブ・ファンズ運用におけるポートフォリオ構築とリスク管理に有用であろう。さらなる要因分解の精度向上のためには、より適切なリスクファクターの選択と要因分解の技術の向上が必要であるが、これらについては今後の研究課題としたい。

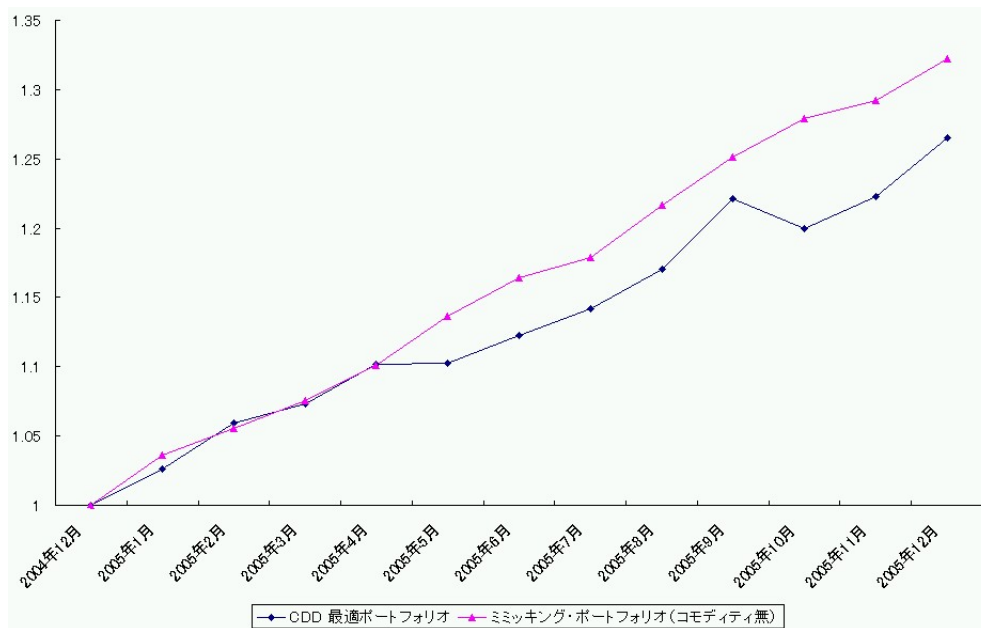


図 14: CDD 最適ポートフォリオ (リスク許容度 0.1%) とミミッキング・ポートフォリオ (コモディティ無) の資産の推移

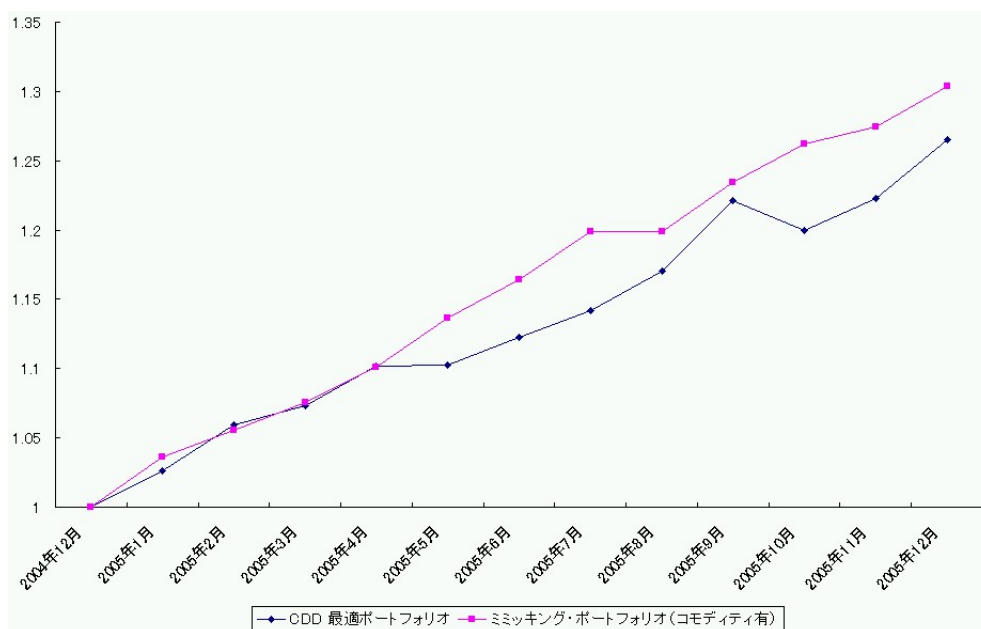


図 15: CDD 最適ポートフォリオ (リスク許容度 0.1%) とミミッキング・ポートフォリオ (コモディティ有) の資産の推移

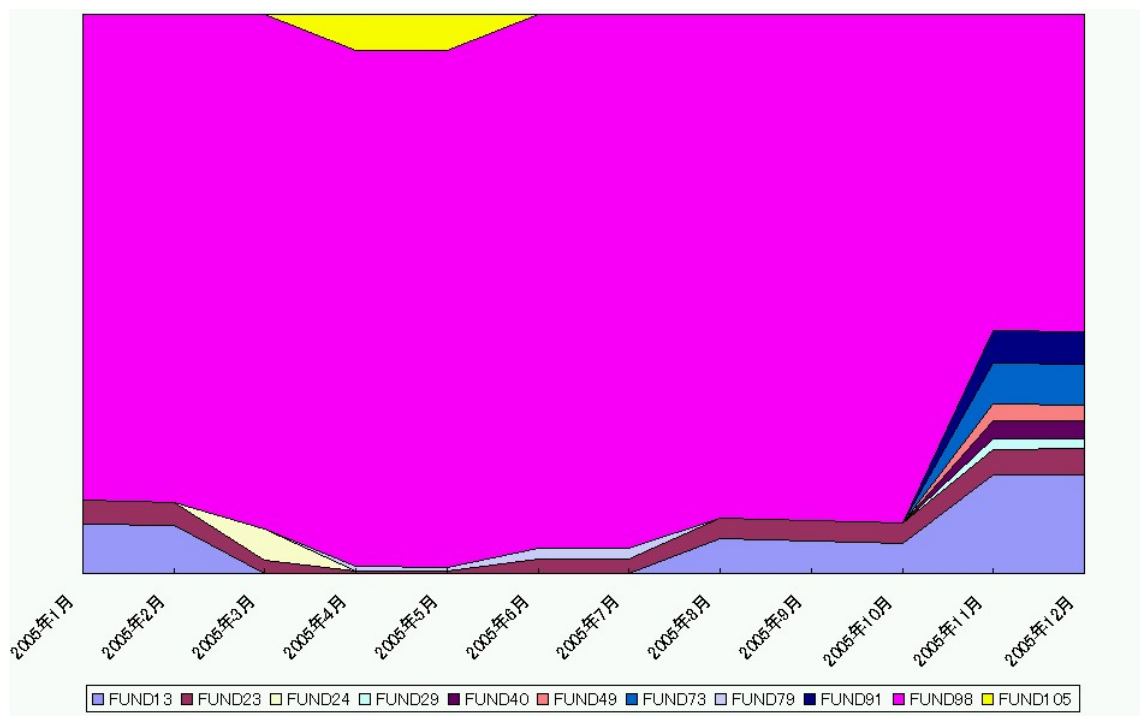


図 16: 2005 の CDD 最適ポートフォリオ (リスク許容度 0.1%) の配分の推移

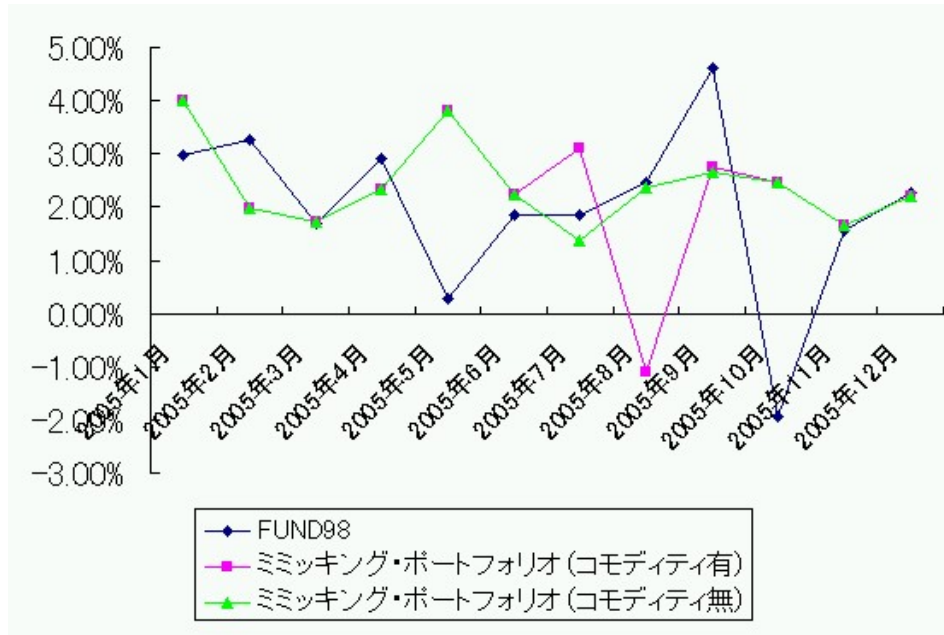


図 17: FUND98(Event Driven) のリターンとミミッキング・ポートフォリオのリターン

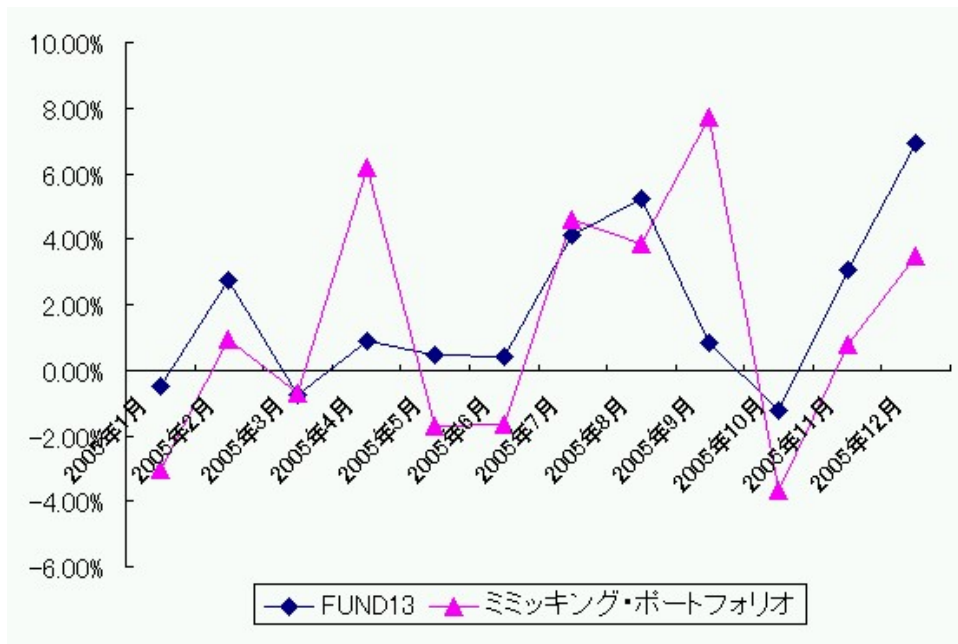


図 18: FUND13 (Multi-Strategy) のリターンとミミッキング・ポートフォリオのリターン

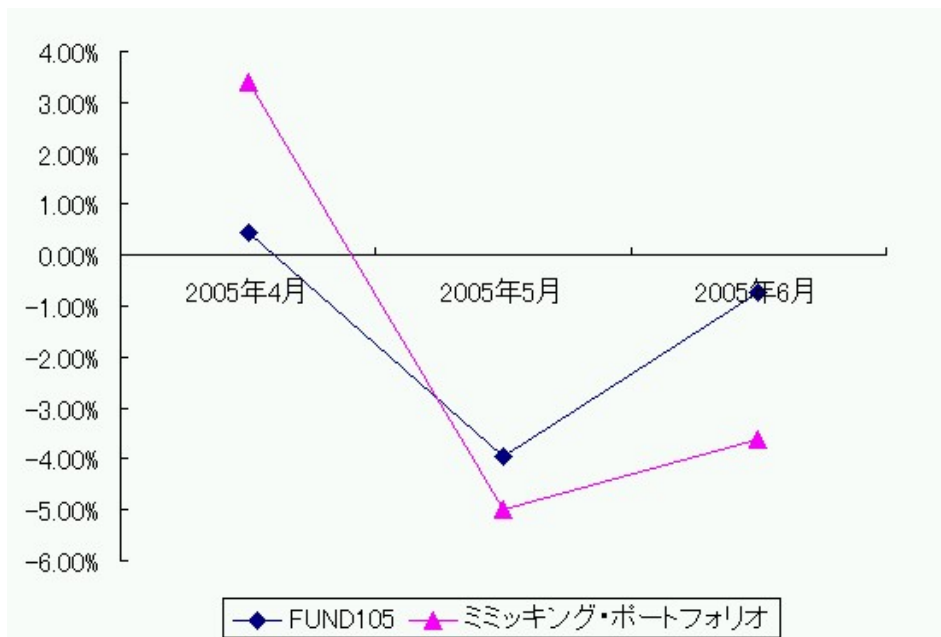


図 19: FUND105(Long / Short Equities) のリターンとミミッキング・ポートフォリオのリターン

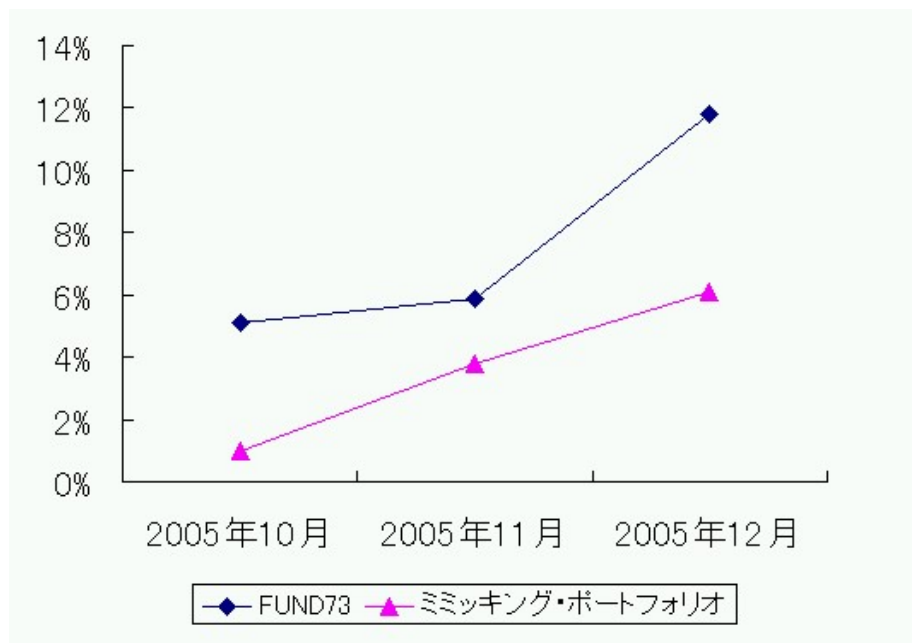


図 20: FUND73(Long / Short Equities) のリターンとミミッキング・ポートフォリオのリターン

4 結論

在アジアおよびアジア太平洋を投資対象とするヘッジファンドのポートフォリオ構築という観点から実証研究を行った。まず、ヘッジファンドのリターンの特性を調べた結果、非正規性と負のテイルリスクの重要性が確認された。このことから、ヘッジファンドのポートフォリオ構築には従来の平均分散アプローチに替わるテイル部分を考慮した最適化手法が必要となる。我々は CVaR または CDD という2つのリスク指標に制約を加えて期待収益率を最大化する Rockafellar and Uryasev (2000,2002), Chekhlov et al. (2000) のアルゴリズムを利用して最適化を行った。この手法によれば、テイルリスクを抑えながら高いリターンを期待することができる。out-of-sample の結果からヘッジファンドのポートフォリオ構築にはサンプル数が十分ある場合は CVaR, CDD 最適化手法が強力な手法であることが確認された。また、シングルファンドへの配分に資産の最大 15% という制約を加え、上と同様の作業を行い、結果の比較を行った。集中投資を避けた場合、パフォーマンスを評価する指標が悪化することが確認された。

さらに 39 のヘッジファンドのリターンを株価インデックスなどの市場で観測できるファクターのリターンに要因分解し、戦略別、地域別に特徴を考察した。この結果から各ファンドは状況に応じて投資対象地域やスタイルを切り替えていることが明らかになった。また、2006年9月の米ヘッジファンドのアマランス・アドバイザーズの天然ガス取引による巨額損失を受け、コモディティインデックスを説明変数に追加することによるリターンの説明力の改善度を調査したが、その改善度は小さかった。

最後にポートフォリオ最適化とパフォーマンス分析を統合して、我々の手法の実務への適用を示した。最適化によって構成されたポートフォリオの 2005 年のリターンをリスクファクターとファンドのアルファによって再現することを試みた。ポートフォリオ最適化とパフォーマンス分析への我々のアプローチはファンド・オブ・ファンズ運用におけるポートフォリオ構築とリスク管理に有用であると思われる。さらに精度良くリターンを再現するためには、より適切なリスクファクターの選択と要因分解の技術の向上が必要であるが、これらについては今後の研究課題としたい。

付録 A CVaR, CDD の定義

ここでは、CVaR, CDD の数学的な定義を述べる。 R^i である 1 期間でのヘッジファンド i の収益率の確率変数を表すとすると、そのファンドの損失率は $-R^i$ であり、この累積分布関数を $\Psi_{R^i}(\zeta)$ で表す。すなわち、 $\Psi_{R^i}(\zeta) = P[-R^i \leq \zeta]$ である。CVaR の定義をする前に VaR の定義を述べておく。

定義 1. ファンド i の信頼水準 $100\alpha\%$ の VaR V_α^i は

$$V_\alpha^i = \min\{\zeta | \Psi_{R^i}(\zeta) \geq \alpha\} \quad (A1)$$

で定義される。

CVaR は次のように定義される。

定義 2. ファンド i の信頼水準 $100\alpha\%$ の CVaR ϕ_α^i を

$$\phi_\alpha^i = E[-R^i | -R^i \geq V_\alpha^i] \quad (A2)$$

で定義する。ここで条件付期待値の累積分布関数 $\Psi_{R^i}^\alpha(\zeta)$ は次の通りである。

$$\Psi_{R^i}^\alpha(\zeta) = \begin{cases} 0 & \text{for } \zeta < V_\alpha^i, \\ \frac{\Psi_{R^i}(\zeta) - \alpha}{1 - \alpha} & \text{for } \zeta \geq V_\alpha^i. \end{cases} \quad (A3)$$

次に CDD の定義を述べる。ここで、ドロウダウンの定義は通常用いられるドロウダウンの定義と若干異なるが、ここでは後の最適化問題を線形計画に帰着させるために Chekhlov et al. (2000) の定義を用いることにする。第 t 期のファンド i の収益率を R_t^i とおき、 $v_\tau^i = 1 + \sum_{s=1}^{\tau} R_s^i$ とおく。つまり、 v_τ^i は複利なしでファンド i で運用した時の τ 時点での資産を表す。

定義 3. ファンド i の t 時点でのドロウダウン d_t^i を

$$d_t^i = \max_{0 \leq \tau \leq t} \{v_\tau^i\} - v_t^i \quad (\text{A4})$$

で定義する。次に信頼水準 $100\alpha\%$ の conditional drawdown (CDD) を定義する。 $\{d_1^i, \dots, d_T^i\}$ を大きい順に並べ替えたものを $\{\hat{d}_1^i, \dots, \hat{d}_T^i\}$ とし、 $\frac{k-1}{T} < 1 - \alpha \leq \frac{k}{T}$ であるとする。この時、信頼水準 $100\alpha\%$ の conditional drawdown D_α^i を

$$D_\alpha^i = \frac{\sum_{t=1}^{k-1} \hat{d}_t^i}{(1-\alpha)T} + \left\{ 1 - \frac{k-1}{(1-\alpha)T} \right\} \hat{d}_k^i \quad (\text{A5})$$

で定義する。

付録 B 最適化のアルゴリズム

ここでは、最適化のアルゴリズムを述べる。まず、最適化問題を線形計画に帰着させる次の定理を述べておく。

定理 1. ζ の関数として、

$$\zeta + \frac{1}{1-\alpha} E[(-\mathbf{r}'\mathbf{x} - \zeta)_+], \quad (\text{B6})$$

$$\zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (d_t^x - \zeta)_+ \quad (\text{B7})$$

は有限値をとり、凸関数である。さらに、

$$\phi_\alpha^x = \min_{\zeta} \left\{ \zeta + \frac{1}{1-\alpha} E[(-\mathbf{r}'\mathbf{x} - \zeta)_+] \right\}, \quad (\text{B8})$$

$$D_\alpha^x = \min_{\zeta} \left\{ \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (d_t^x - \zeta)_+ \right\}. \quad (\text{B9})$$

Proof. Uryasev(2001) を参照。 □

定理 1 により T 期分のヒストリカル・データがある時、第 t 期のファンドの収益率のベクトルを \mathbf{r}_t と書くとしリスク指標として CVaR を考えた場合の最適化問題の式 (1),(4) はそれぞれ次のように書き直すことができる。

$$\max_{\mathbf{x}} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{r}_t' \mathbf{x}, \quad (\text{B10})$$

$$\zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (-\mathbf{r}_t' \mathbf{x} - \zeta)_+ \leq \omega, \quad \zeta \in \mathbf{R}. \quad (\text{B11})$$

式 (B11) は次の線形不等式に書き直せるため、CVaR 最適化問題は線形計画に帰着する。

$$\zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T w_t \leq \omega, \quad (\text{B12})$$

$$-\mathbf{r}_t' \mathbf{x} - \zeta \leq w_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{B13})$$

$$\zeta \in \mathbf{R}, \quad w_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (\text{B14})$$

また、定理 1 により T 期分のヒストリカル・データがある時、リスク指標として CDD を考えた場合の最適化問題の式 (1),(4) はそれぞれ次のように書き直すことができる。

$$\max_{\mathbf{x}} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{r}_t' \mathbf{x}, \quad (\text{B15})$$

$$\zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\max_{1 \leq s \leq t} \sum_{\tau=1}^s \mathbf{r}'_{\tau} \mathbf{x} - \sum_{\tau=1}^t \mathbf{r}'_{\tau} \mathbf{x} - \zeta \right)_+ \leq \omega, \quad \zeta \in \mathbf{R}. \quad (\text{B16})$$

式 (B16) は次の線形不等式に書き直せるため、最適化問題は線形計画に帰着する。

$$\zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_t \leq \omega, \quad (\text{B17})$$

$$z_t \geq u_t - \sum_{\tau=1}^t \mathbf{r}'_{\tau} \mathbf{x} - \zeta, \quad 1 \leq t \leq T, \quad (\text{B18})$$

$$z_t \geq 0, \quad 1 \leq t \leq T, \quad (\text{B19})$$

$$u_t \geq \sum_{\tau=1}^t \mathbf{r}'_{\tau} \mathbf{x}, \quad 1 \leq t \leq T, \quad (\text{B20})$$

$$u_t \geq u_{t-1}, \quad 1 \leq t \leq T, \quad (\text{B21})$$

$$u_0 = 0. \quad (\text{B22})$$

参 考 文 献

- [1] V. Agarwal and N. Y. Naik. Risks and portfolio decisions involving hedge funds. *The Review of Financial Studies*, Vol. 17, pp. 63–98, 2004.
- [2] G. J. Alexander and A. M. Baptista. Cvar as a measure of risk: Implications for portfolio selection. *EFA 2003 Annual Conference Paper No. 235*, 2003.
- [3] P. Artzner, Delbaen F., Elber, J. M ., and D. Heath. Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, Vol. 9, pp. 203–228, 1999.
- [4] A Chekhlov, S.Uryasev, and M. Zabarankin. Portfolio optimization with drawdown constraints. *Research Report 2000-5. ISE Dept., Univ. of Florida*, 2000.
- [5] E. F. Fama and K. R. French. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, Vol. 33, pp. 3–56, 1993.
- [6] W. Fung and D. A. Hsieh. Empirical characteristics of dynamic trading strategies: The case of hedge funds. *Review of Financial Studies*, Vol. 10, pp. 275–302, 1997.
- [7] W. Fung and D. A. Hsieh. Is mean-variance applicable to hedge funds? *Economic Letters*, Vol. 62, pp. 53–58, 1999.
- [8] W. Fung and D. A. Hsieh. Measuring the market impact of hedge funds. *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, pp. 1–36, 2000a.
- [9] W. Fung and D. A. Hsieh. Performance characteristics of hedge funds and cta funds: Natural versus spurious biases. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 35, pp. 291–307, 2000b.
- [10] W. Fung and D. A. Hsieh. The risk in hedge fund strategies: Theory and evidence from trend followers. *Review of Financial Studies*, Vol. 14, pp. 313–341, 2001.
- [11] W. Fung and D. A. Hsieh. Asset-based style factors for hedge funds. *Financial Analysts Journal*, Vol. 58, , 2002a.
- [12] W. Fung and D. A. Hsieh. Hedge-fund benchmarks: Information content and biases. *Financial Analysts Journal*, Vol. 58, , 2002b.

- [13] W. Fung and D. A. Hsieh. Extracting portable alphas from equity long-short hedge funds. *Journal of Investment Management*, Vol. 2, , 2004a.
- [14] W. Fung and D. A. Hsieh. Hedge fund benchmarks: A risk-based approach. *Financial Analysts Journal*, Vol. 60, , 2004b.
- [15] L. R. Glosten and R. Jagannathan. A contingent claim approach to performance evaluation. *Journal of Empirical Finance*, Vol. 1, pp. 133–160, 1994.
- [16] P. Krokmal, S. Uryasev, and G. Zrazhevsky. Numerical comparison of cvar and cdar approaches: Application to hedge funds. *Applications of Stochastic Programming, SIAM/MPS Series on Optimization*, 2005.
- [17] H. M. Markowitz. Portfolio selection. *Journal of Finance*, Vol. 7, pp. 77–91, 1952.
- [18] R. C. Merton. Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous-time case. *Review of Economics and Statistics*, Vol. 51, , 1969.
- [19] R. C. Merton. Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of Economic Theory*, Vol. 3, , 1971.
- [20] R. C. Merton. On market timing and investment performance part i: An equilibrium theory of value for market forecasts. *Journal of Business*, Vol. 54, , 1981a.
- [21] R. C. Merton and R. D. Henriksson. On market timing and investment performance part ii: Statistical procedures for evaluating forecasting skills. *Journal of Business*, Vol. 54, , 1981b.
- [22] R.T. Rockafellar and S.Uryasev. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, Vol. 2, pp. 21–41, 2000.
- [23] R.T. Rockafellar and S.Uryasev. Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26, pp. 1443–1471, 2002.