

授賞報告

2015年度日本数学会代数学賞

2015年度日本数学会代数学賞は、加藤周氏（京都大学大学院理学研究科）が受賞されました。

加藤周氏 「量子群とヘッケ代数の幾何学的研究」

加藤周氏は、幾何学的表現論の分野で多くの重要な業績を挙げています。特に、2005年頃に加藤氏が導入したエキゾチックな Deligne–Langlands 対応およびエキゾチックな Springer 対応は、表現論に新たな幾何学的基盤を築くものです。また最近では、Khovanov–Lauda–Rouquier (KLR) 代数による量子群の圏化についての研究を行い、長年の問題を解決しました。以下、これらの最近の研究を中心に、加藤氏の業績の紹介をします。

アフィン・ヘッケ代数の表現論が p 進簡約代数群の表現論と密接に関係していることはよく知られています。実際、松本英也、Borel の結果により、 p 進簡約代数群の既約表現であって岩堀部分群による固定ベクトルの空間が自明でないものと、アフィン・ヘッケ代数の既約表現は 1 対 1 に対応しています。 p 進簡約代数群に対する Deligne–Langlands 対応（予想）を、アフィン・ヘッケ代数に移し替えることにより、アフィン・ヘッケ代数の Deligne–Langlands 対応（予想）が得られます。すなわちアフィン・ヘッケ代数の既約表現が、複素簡約代数群に関するある種の幾何学的データでパラメトライズされることが予想されます。この予想は 1985 年頃に、Kazhdan–Lusztig, Ginzburg により解決されました。複素簡約代数群に対して、Steinberg 多様体と呼ばれる代数多様体が、旗多様体の余接束の 2 個の直積の部分多様体として定義されますが、Kazhdan–Lusztig, Ginzburg は、Steinberg 多様体の同変 K 群が、アフィン・ヘッケ代数と同型になることを示しました。またこれを用いて、アフィン・ヘッケ代数の既約表現を構成しました。この理論では Springer 対応も重要な要素となります。さて、ここまで出てきたアフィン・ヘッケ代数は、パラメータが一つだけのものですが、 p 進簡約代数群のより一般の表現を扱うには、もっと一般に多重パラメータをもつアフィン・ヘッケ代数を考えることが必要となります。加藤氏は、Steinberg 多様体のある類似物を考え、これから多重パラメータをもつアフィン・ヘッケ代数が幾何学的に実現されることを見いだしました。ここから Kazhdan–Lusztig, Ginzburg と同様の道筋をたどって、エキゾチックな Deligne–Langlands 対応、エキゾチックな Springer 対応が得られます。加藤氏のこのアイデアは、当時多くの専門家を驚かせた、極めて斬新なものでした。その後も加藤氏は、この方向での研究を推し進め、Ciubotaru, 加藤翠と共に、多重パラメータに対する古典型アフィン・ヘッケ代数の表現論を完成させました。

また、加藤氏は最近、量子群の圏化に関して重要な研究を行っています。代数やその表現をあるアーベル圏の Grothendieck 群として捉え、アーベル圏の間の関手の性質を用いて表現の研究をすることを圏化 (categorification) と言います。A 型の代数群や量子群の表現論が、対称群やそのヘッケ代数と密接に関係していることは以前からよく知られていましたが、最近、これを A 型以外に拡張するときヘッケ代数の役割を果たす新しい代数が登場しました。KLR 代数、あるいは籐ヘッケ代数と呼ばれています。一般の量子群の、KLR 代数の表現の圏による圏化の研究は、最近の表現論における中心テーマの一つとなっています。量子群の正部分は、Poincaré–Birkhoff–Witt (PBW) 型基底の他に、大域基底 (あるいは標準基底) と呼ばれる基底を持っています (柏原, Lusztig)。大域基底は KLR 代数の既約表現に対応しているので、その意味ははっきりしていましたが、加藤氏は、PBW 基底に対しても対応する KLR 代数の表現の記述を与えることに成功しました。この結果により、長らく未解決であった量子群の標準基底の正值性に関する Lusztig の予想が証明されました。また、KLR 代数の大域次元の有限性に関する柏原の問題も同時に解決されています。方法論的には、加藤氏自身が展開した幾何学的な extension algebra の理論が重要な役割を果たしています。

加藤氏は、最近の表現論の中心テーマである量子群やヘッケ代数の研究に幾何学的手法を用いて取り組み、オリジナリティに富みかつ非常に重要な多くの業績を上げています。この分野への氏の貢献は多大であり、代数学賞にふさわしいものです。

(代数学賞委員会委員長 古澤昌秋 大阪市立大学大学院理学研究科)