

高速車両におけるバネ下の振動の影響について

On the Vibration of Unsprung Mass at High Speed

佐 川 健*
Ken Sagawa

内 容 梗 概

日本国有鉄道（以下国鉄という）の東海道新幹線列車は最高速度 200 km/h で走行することを目標に現在計画中であり、いままでの2倍程度の速度となる。かかる高速下の車両の安定性と乗心地の向上をはかるためには走行中のバネ下の振動の影響を明確にしておく必要があると考えられ、これについて各種の検討を行った。

車両が移動している場合と静止している場合のレールの変形は異なると考えられるので、軌道は最も単純な形で弾性基礎の上にレールが置かれたと仮定し、その上をバネ下重量が周期力を受けつつ走行する場合の理論計算を行った。

バネ下の振動は走行状態においては共振振動数がわずかではあるが低下し、レールのたわみ振幅の形はバネ下荷重点前後において対称にならないことなどを示し、さらに現在の走行車両にあらわれる高い振動数の振動がバネ下の振動の影響によるものと考えられること、またそれらの振動源がどのようなものであるかなどについて考察を行った。

1. 緒 言

走行車両の強制力の振動数は一般に速度とともに増すから、高速になった場合、低速のときあまり問題にならなかった高い振動数の強制力が車両の振動に影響してくることが予想される。

いままで、車両の振動として採り上げてきたのは主として 10~15 c/s 以下の振動であった。2 c/s 程度の振動は特に身近な問題であり、板バネを排してコイルバネとオイルダンパを採用し、さらには空気バネを使用し、また防振ゴムを適当に利用することによって乗心地は急速に改善された。そして 10~15c/s 程度のいわゆるびり振動に対しては乗心地係数が現在 1 以上になっているものもあるが、車体の曲げ剛性を考慮することによって十分説明できる振動で、すでに改善できることがわかっている⁽¹⁾。

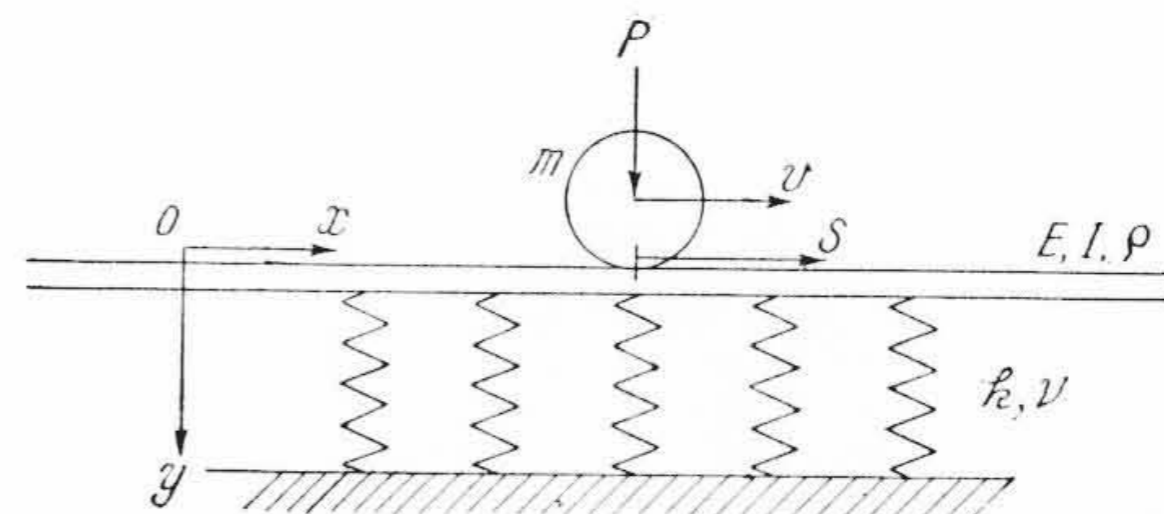
また、現在これらの振動よりもさらに高い振動数のものが車体にあらわれており、日本国有鉄道における乗心地の測定結果をみても 30 c/s 程度の振動は顕著にあらわれ、乗心地係数が 1 以上になっている⁽²⁾。この振動はバネ下の振動の影響によるものであると考えられているが、車体にあらわれるこのような高い振動数の振動についてはまだ十分に検討されていない。東海道新幹線の列車は、はじめ最高速度 250 km/h とされていたが、現在は 200~210 km/h で走行することを目標に計画が進められている。このような高速における車両の安定性と乗心地の向上をはかるためには、走行中のバネ下の振動の影響を明確にしておく必要があり、ここに高速における定常的なバネ下の振動について検討を加え、現在の車両に発生している振動、さらには高速車両に対する振動源について考察することにする。

2. バネ下の振動の理論計算

2.1 バネ下の振動の理論計算式

走行車両の振動は、もちろん軌道から台車、車体まですべてを含めて検討する必要はあるが、いまここで問題にしようとしているバネ下の振動は 30 c/s 程度かあるいはそれ以上の振動数のものであり、台車、車体についての振動数は普通 2 c/s 程度と 10 c/s 前後である。それゆえ、バネ下の振動のみを取り出して検討することにしても大きなあやまちを犯すことはないと考えられる。

弾性基礎の上のりの上を単に周期力が移動する場合、力の周期と



第1図 バネ下の振動系

その移動速度は互いに関係するため、同じ周期力が作用してもそれが移動している場合と静止している場合とでは、はりのたわみの形は異なってくる⁽³⁾。走行車両の場合はさらにバネ下という大きな質量の慣性力がこれに付加される。ここではバネ下質量が周期力を受けながら軌道上を走行するという問題について考えてみる⁽⁴⁾。

いま第1図に示すようにバネ下の振動系を最も単純な形にモデル化する。レールに沿って x 軸をとり車両の移動方向を正、またこれに直角方向に y 軸をとりレールの沈下方向を正とする。

レールの運動の基礎式は

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \nu \frac{\partial y}{\partial t} + ky = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここに EI : レールの曲げ剛性

ρ : レールの単位長さ当りの質量、ただしレールに枕木、道床の一部を付加質量として考える

ν : 道床、路盤の単位長さ当りの内部粘性係数

k : 道床、路盤の単位長さ当りのバネ定数

t : 時間

(1)式の解を $y = \exp(\lambda x + \mu t)$ と置いて(1)式に代入すれば、特性方程式は $EI\lambda^4 + \rho\mu^2 + \nu\mu + k = 0$ となるが、いまバネ下質量 m と周期力 P が速度 v でこのレール上を移動しており、新しくバネ下質量とともに移動する移動座標を採用することにする。

新旧両座標の関係は

$$x = s + vt \dots\dots\dots (2)$$

で、座標変換後の解と特性方程式は次のように書ける。

$$\text{解は } y = \exp(\lambda s + \omega t) \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{ただし } \omega = \lambda v + \mu$$

特性方程式は

$$EI\lambda^4 + \rho v^2 \lambda^2 - (2\rho v \omega + \nu v) \lambda + (\rho \omega^2 + \nu \omega + k) = 0 \dots\dots (4)$$

となる。

* 日立製作所笠戸工場

(4)式を解けば、 ω の任意の値に対して λ の値が4個定まる。偏角の小さい順に $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ とする。

バネ下質量、周期力(以下これらをバネ下荷重と呼ぶことにする)の位置は $s=0$ である。いま $s \leq 0$ の y を y_1 、 $s \geq 0$ の y を y_2 と表示し、 $s \rightarrow -\infty$ において $y_1 \neq \infty$ 、 $s \rightarrow \infty$ において $y_2 \neq \infty$ となることを考慮すれば任意の ω の値に対して次の解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A_1 \exp(\lambda_1 s + \omega t) + A_4 \exp(\lambda_4 s + \omega t) \\ y_2 &= A_2 \exp(\lambda_2 s + \omega t) + A_3 \exp(\lambda_3 s + \omega t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに A_1, A_2, A_3, A_4 は積分定数であって、次の境界条件を満足しなければならない。 $s=0$ において

$$y_1 = y_2, \quad \partial y_1 / \partial s = \partial y_2 / \partial s, \quad \partial^2 y_1 / \partial s^2 = \partial^2 y_2 / \partial s^2 \dots\dots\dots (6)$$

これらの式に(5)式を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} A_1 + A_4 &= A_2 + A_3 \\ A_1 \lambda_1 + A_4 \lambda_4 &= A_2 \lambda_2 + A_3 \lambda_3 \\ A_1 \lambda_1^2 + A_4 \lambda_4^2 &= A_2 \lambda_2^2 + A_3 \lambda_3^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

さらに、バネ下質量 m に周期力 $P_0 \exp(i 2 \pi f t)$ が作用しているから $s=0$ において

$$EI \frac{\partial^3 y_1}{\partial s^3} - m \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + P_0 \exp(i 2 \pi f t) = EI \frac{\partial^3 y_2}{\partial s^3} \dots\dots\dots (8)$$

この式に(5)式を代入し、また

$$\omega = i 2 \pi f \dots\dots\dots (9)$$

とおけば

$$\begin{aligned} EI(A_1 \lambda_1^3 + A_4 \lambda_4^3) + m(A_1 + A_4)(2 \pi f)^2 + P_0 \\ = EI(A_2 \lambda_2^3 + A_3 \lambda_3^3) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

となる。

(4)式から $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ が決定され、(7)、(10)式を解いて A_1, A_2, A_3, A_4 が決定される。これらの値を(5)式に代入すれば、レールのたわみを計算することができる。

2.2 数値計算例

上記の解法により、次の数値で数値計算を行ってみる。

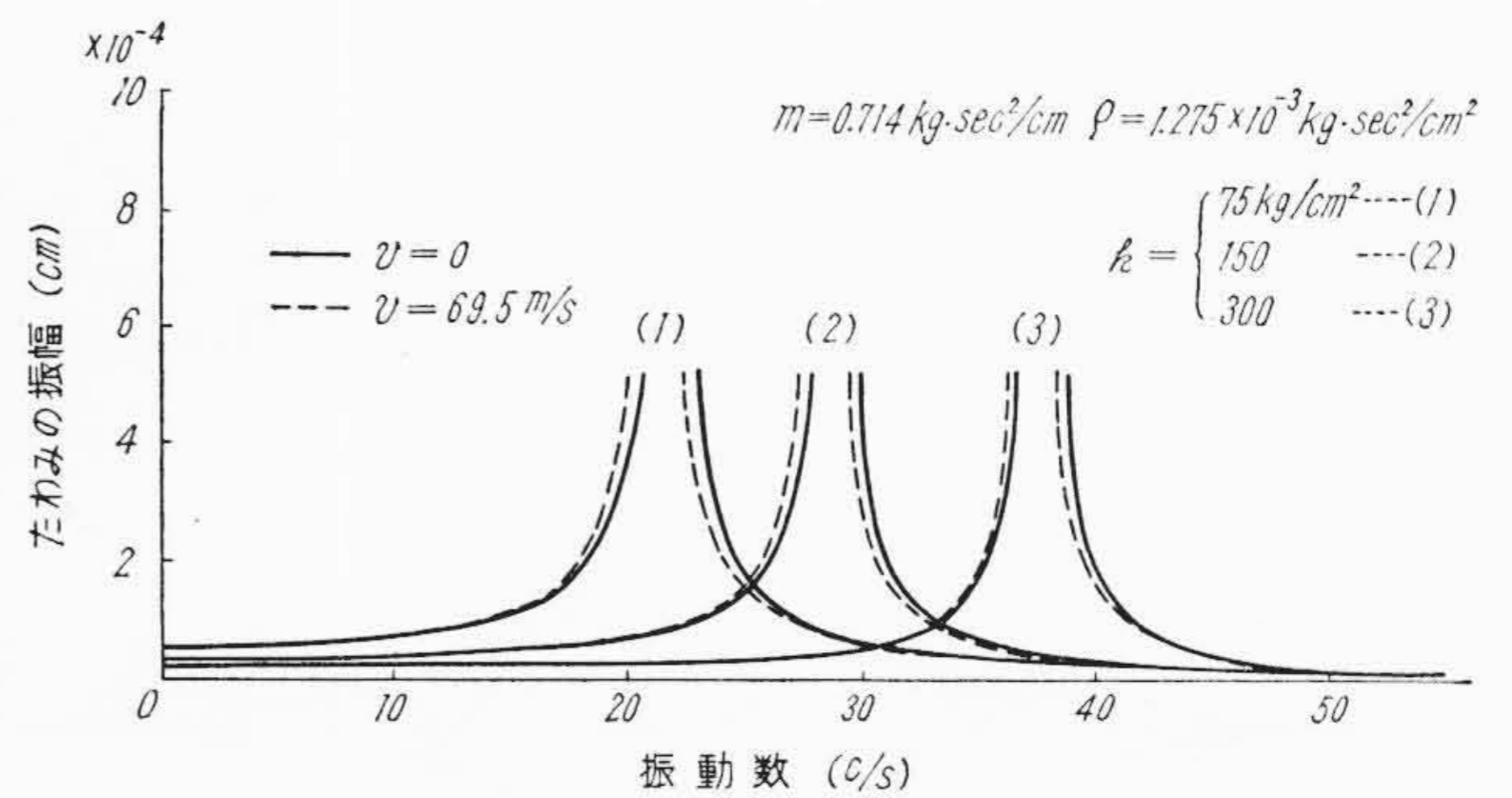
- $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
- $I = 1,740 \text{ cm}^4$ (50 kg レール)
- $\nu = 0$
- $v = 69.5 \text{ m/s}$ (=250 kg/h)
- $P_0 = 1 \text{ kg}$
- $m_g = 350, *700, 1,400 \text{ kg}$
- $\rho = 0.510 \times 10^{-3}, *1.275 \times 10^{-3}, 2.55 \times 10^{-3} \text{ kg s}^2/\text{cm}^2$
- $k = 75, *150, 300 \text{ kg/cm}^2$

ここで m_g, ρ, k の値はそれぞれ*印の値を一応基準とした。 $m_g = 700 \text{ kg}$ は電動台車のバネ下重量の大約の値である。 $\rho = 1.275 \times 10^3 \text{ kg s}^2/\text{cm}^2$ は道床付加質量を考慮し、50 kg レールの2.5倍としたが、これはレール:枕木:道床=1:0.75:0.75の重量比と考えた値であり、また $k = 150 \text{ kg/cm}^2$ は、従来一般的な値とされている⁽⁵⁾。 $\nu = 0$ としたのはその影響はあるが⁽⁶⁾、簡単のため0とした。なおこれらの値はすべてレール片側、一車輪軸について与えたものである。

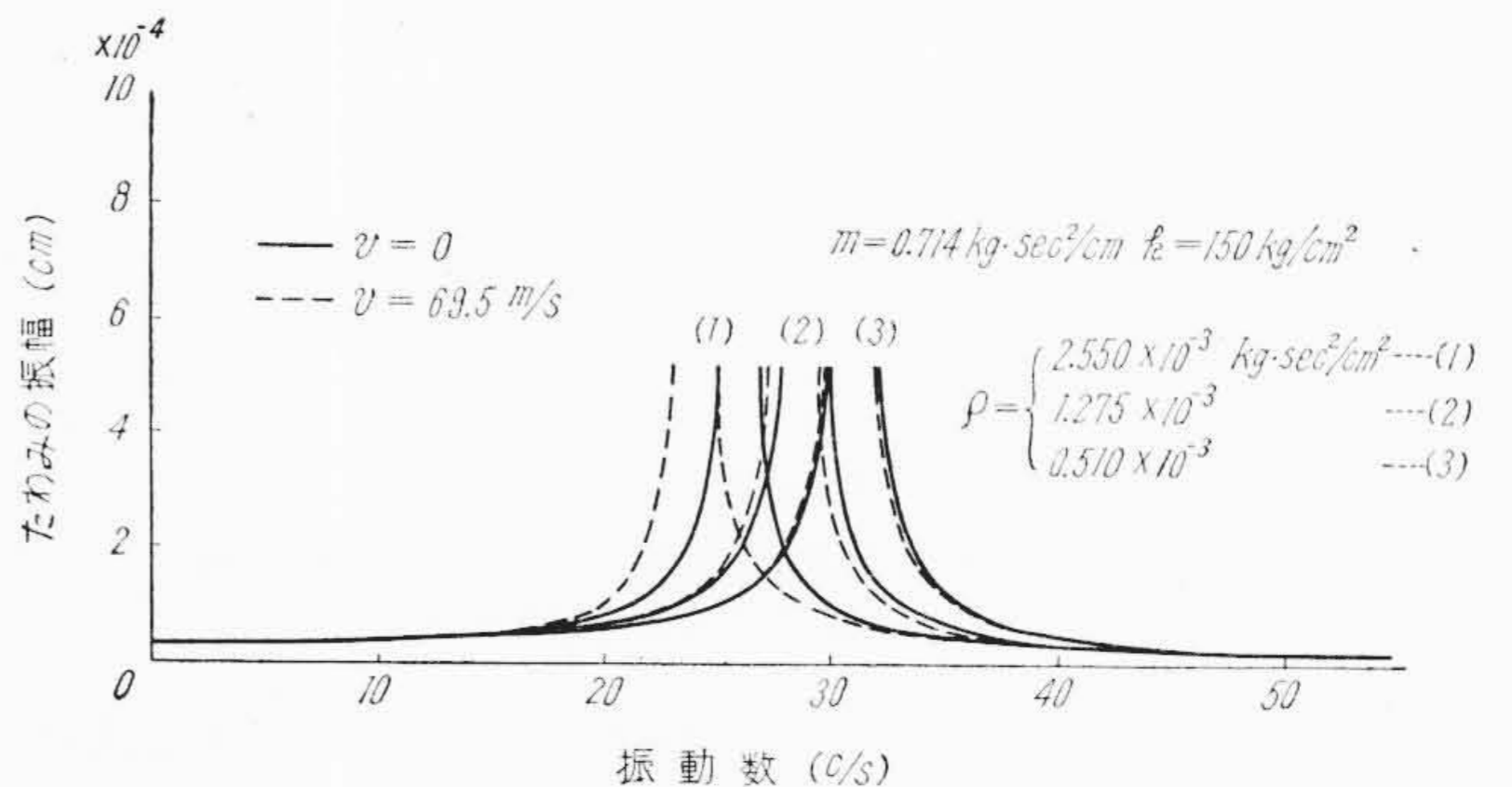
計算結果を第2~6図に示す。第2図は道床バネ定数を変化させた場合、第3図は道床付加質量を変化させた場合、第4図はバネ下質量を変化させた場合のバネ下荷重位置のレールの最大たわみ振幅と共振振動数との関係を求めたものである。第5図はレールの振動振幅の変化の様相をバネ下荷重位置を原点とし一周期にわたって示したものである。以上は加振力 $P_0 = 1 \text{ kg}$ とした場合であるが、第6図はレールに振幅0.1 mmの正弦的な変形を仮定した場合のバネ下質量のもつ加速度を求めたものである。

2.3 考察

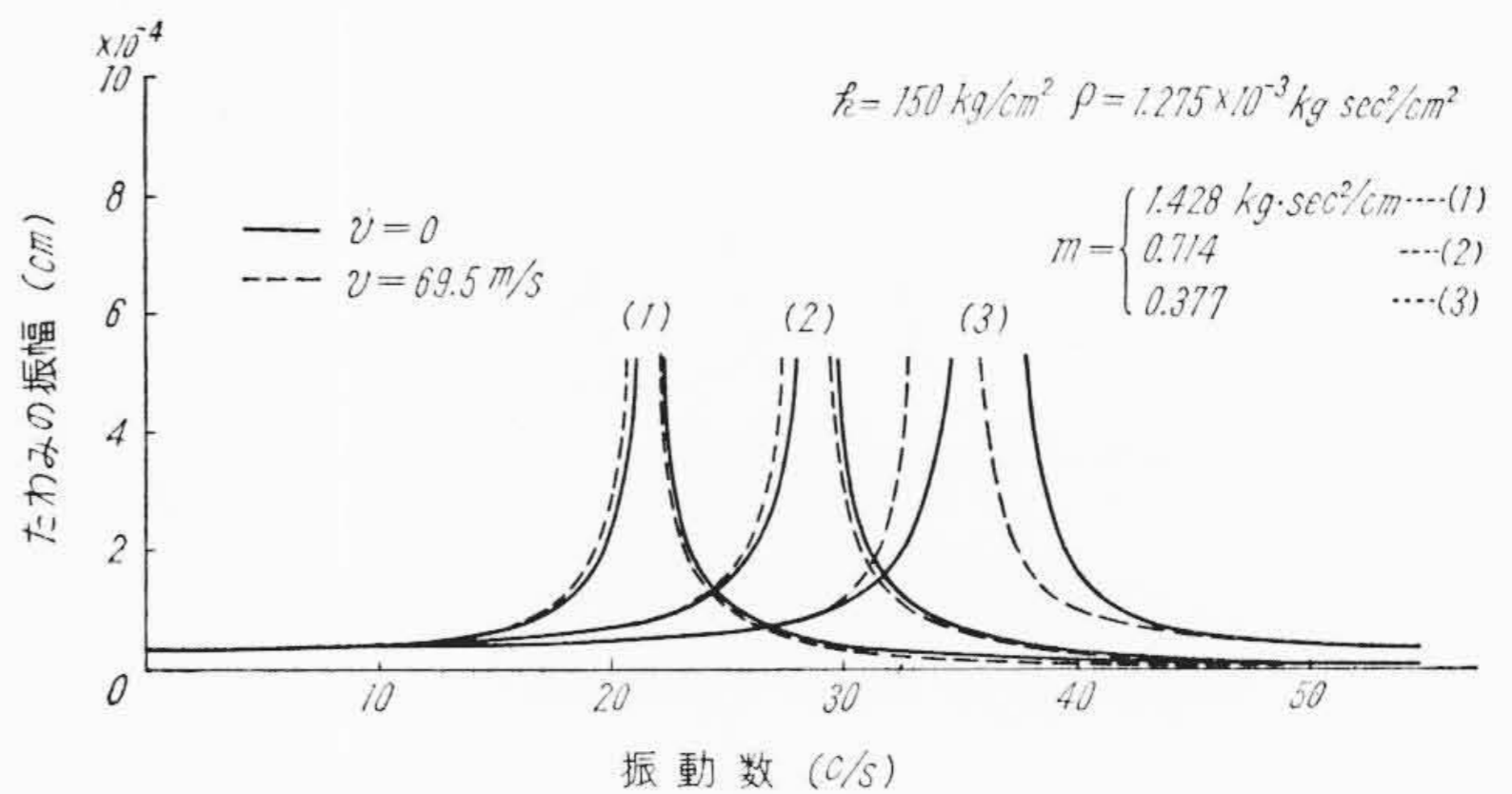
バネ下荷重が移動している場合と移動していない場合との間に差のあることは上記の図からわかるが、250 km/hの速度の場合バネ



第2図 バネ下荷重位置の最大たわみ振幅と振動数の関係 (共振曲線)——道床バネ定数を変化させた場合



第3図 バネ下荷重位置の最大たわみ振幅と振動数の関係 (共振曲線)——道床付加質量を変化させた場合

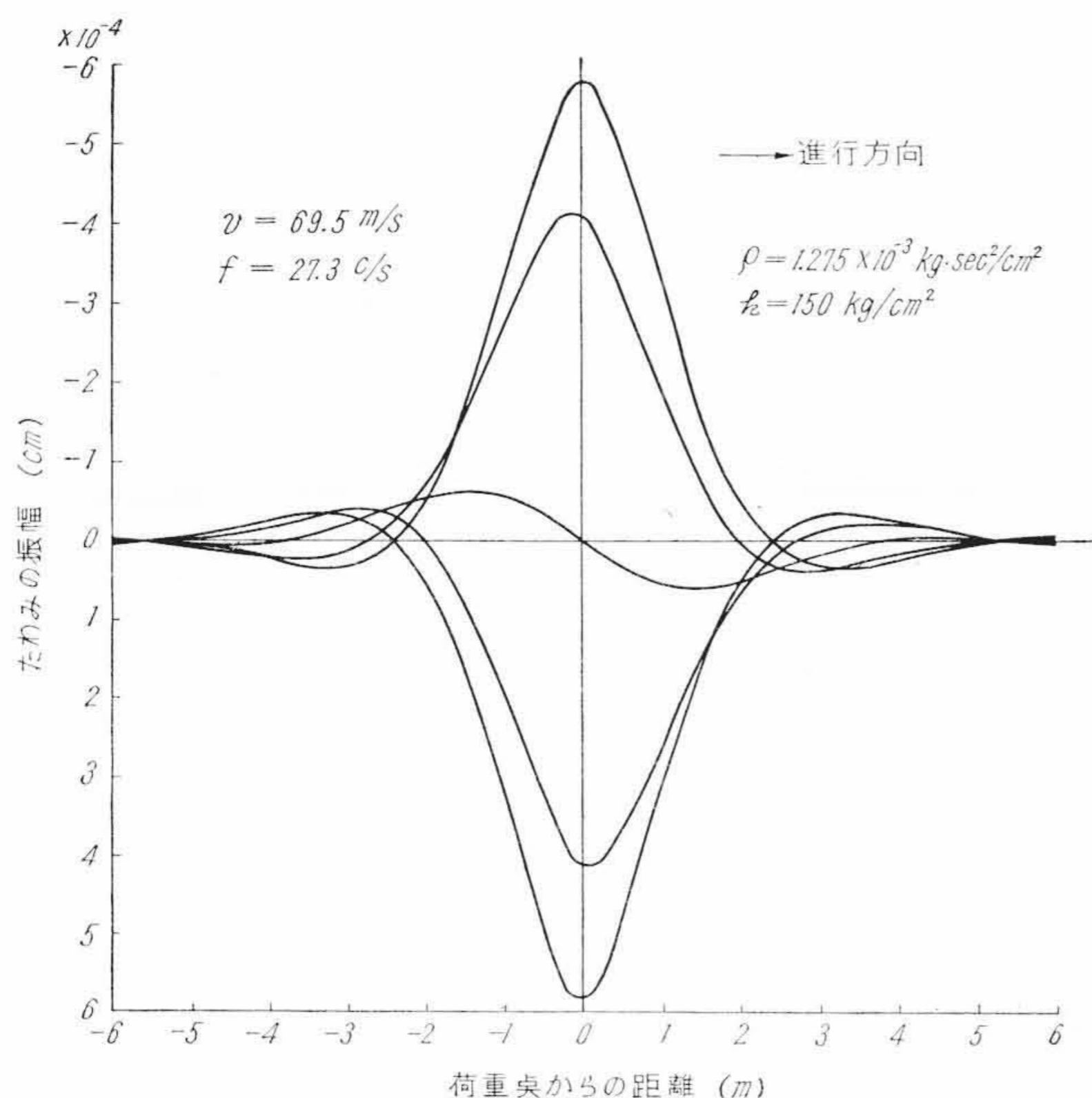


第4図 バネ下荷重位置の最大たわみ振幅と振動数の関係 (共振曲線)——バネ下質量を変化させた場合

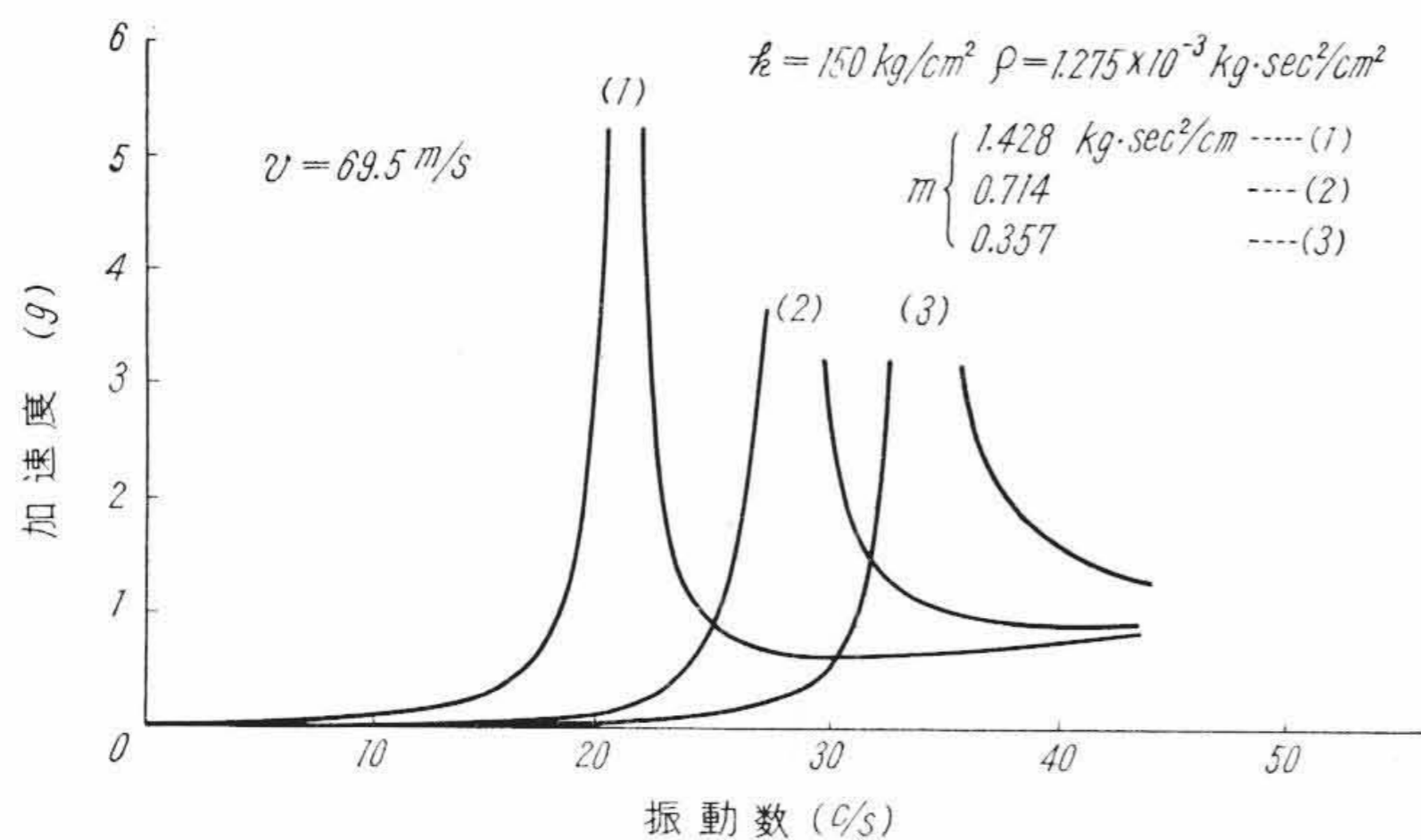
下の共振振動数は静止状態で考えられる共振振動数に対して、いまの場合わずか5~8%程度の低下を示すに過ぎない。この程度の振動数の差は一応無視してもさしつかえないと考えられる。

しかしバネ下荷重位置前後のレールの変形は荷重が移動していない場合は対称であるが、第5図に示すように移動している場合は対称ではなく、特に荷重点のたわみが0になるとき顕著にその差異が認められる。また第5図に示したレールの振動振幅は一つのバネ下荷重の影響をあらわしており、これを軸距の時間間隔だけずらして二つのレールの振動振幅を重ねれば、二軸台車の前後車輪下のレールの振動振幅が求まる。バネ下荷重位置前後のレールの変形が対称でないため、一般に前後の車輪下のレール沈下量は等しくない。なおここに示した計算は250 km/hの場合ではあるが、速度の影響はわずかであり、これらのことは現在の100 km/h程度の速度の場合についてもいえる。

道床路盤のバネ定数を2倍または1/2に変化した場合(第2図)、共振振動数は±30%程度の変化を示し、レールとその付加質量を1/2.5(いまの場合レールのみとしたとき)または2倍に変化した場合(第3図)については±8%程度の変化を、また台車バネ下質量を1/2または2倍と大幅に変えた場合(第4図)は±22%程度の変化を示している。規準とした $k = 150 \text{ kg/cm}^2$ の場合には後述のバネ下の振動に



第 5 図 バネ下荷重位置付近のレールの振動振幅 (1 サイクル中の振幅変化の様態を示す)



第 6 図 バネ下質量の振動加速度

30 c/s 程度振動が顕著にあらわれていることから考えると現在の道床の弾性はこの値に近いと考えられる。現在の道床路盤のバネ定数の経年変化はわからぬが、共振振動数の変化が比較的大きいことから高速車両が常時走る場合その振動状態を一定に保つためには道床路盤のバネ定数を相当期間一定に保つ考慮は十分必要であろう。

道床の一部を付加質量として考えることに難点はあるが、バネ下の共振振動数はレール、道床の重量変化によってはあまり大きく変動せず、影響は少ないと考えられる。

バネ下質量を増すとバネ下の共振振動数は低下する。そして走行している場合としていない場合との共振振動数の差は小さくなる。バネ下質量が 0 すなわち周期力のみになると第 4 図の場合に共振振動数は走行時 51.0 c/s、停止時 57.2 c/s とひらく。第 6 図にみられるようにバネ下の共振振動数の高いものほど共振振動数以下の振動加速度は低く、またさらに高い振動数の加速度になるとバネ下質量の大小による差異は少なくなる傾向にある。強制力として各種の強制波長がある場合にバネ下質量を軽減することはそれだけ共振の機会を減らすことになる。そして車輪の偏心による強制力に注目すれば、バネ下質量の軽減の効果はバネ下質量の共振振動数が車輪の最高回転振動数よりも十分大きい場合にあらわれることになる。

従来レールの変形は車速に無関係としているが⁽⁷⁾、 $v=0, f \neq 0$ 、または $f=0, v \neq 0$ の場合以外はバネ下荷重位置前後のレール変形が対称でない。後述のようにバネ下の振動が相当顕著であることから、この対称でない現象は見のがせないことと思われる。

第 1 表 車両振動の高振動数解析結果

電鉄名	台車形式	測定位置	振動数 (c/s)	測定区間	測定年月日
相模	KBD-108A (コイルバネ)	車体心皿上	20, 34, 50	上星川—西谷	32-5-22
京王	KH-14 (コイルバネ)	車体心皿上	37, 62	千歳烏山—つつじヶ丘	33-4-2
大阪地下鉄	KH-26 (コイルバネ)	車体心皿上	22, 46, 66	大国町—西田辺	34-9-10
		台車枠上	24, 40, 53, 120	大国町—西田辺	34-9-10
		軸箱	23, 38, 50, 66, 120, 400	大国町—西田辺	34-9-10
相模	KH-15 (空気バネ)	車体心皿上	28~34	西谷—上星川	34-2-10
名鉄	KH-21 (空気バネ)	車体心皿上	32, 50	須ヶ口—新木曾川	34-3-5
名古屋地下鉄	KH-25 (空気バネ)	車体心皿上	30	栄町—名古屋	34-7-3
		台車枠上	30	栄町—名古屋	34-7-3

3. 車両の振動について

現在の車両に発生している振動のうちバネ下の振動の影響によるものと考えられる振動についてここで考察することにする。

ここ数年来、日立製作所で製作した電動車のうち、現地で振動試験を行ったものから、特にその目的で測定したものではないが 10~15 c/s 以上の高い振動数を対象にした振動数の解析結果を第 1 表に示す。使用計測器は、自家製ひずみ計使用の加速度計 (周波数特性は 0~25 c/s まで平坦)、三栄測器製増幅器 (CA-602 形)、電磁オシログラフ (100A 形、ガルバノメータ A-200 形) で、ただ大阪地下鉄の軸箱、台車枠測定のみは日本電子測器製チタン酸バリウム使用の加速度計 (VT-11C 形、5 c/s~10 kc 特性平坦) によった。

国鉄の軌道の振動実測例によると、軌道には 30~60 c/s、200~500 c/s の振動があらわれ、30~60 c/s のものは軌道の上下振動が誘起されたもので、枕木から道床路盤まで大体そのままいっしょに振動している。200~500 c/s のものはレールの曲げたわみの振動と枕木の曲げ振動とが合成されたもので、この振動は枕木と道床の間で相当減少しており、一応レールと枕木のみが道床とは別に振動していることを示している⁽⁸⁾。

この例とわれわれの車両側で測定した結果と考え合わせてみると、大阪地下鉄の測定結果で軸箱の加速度波形に 400 c/s の振動が非常に顕著にあらわれているが、これは車輪がレール、枕木とともに振動しているもので、そのほかの振動数のものは車輪がレール、枕木、道床とともに振動しているものと解される。

400 c/s の振動は台車枠にはあらわれていないので、台車枠には影響しないと考えられるが、われわれが 400 c/s の振動を耳にしていることは明らかで、車両の走行時の騒音分析結果から 400 c/s 前後の成分の大きさが一般に大きい⁽⁹⁾ ことからいえるであろうし、この振動音は軌道の構造上避けられない問題と思われる。

国鉄で 30~60 c/s のものがあらわれているのに対し、相模鉄道 (上星川—西谷)、大阪地下鉄には 20 c/s 程度のものもある。国鉄の 30 c/s 程度の振動が誘起されている軌道を規準とすれば、20 c/s 前後の振動数があらわれる軌道は比較的やわらかい軌道といえるであろうが、やわらかいことよりも、そのための影響が車体に大きくあらわれるか否か、が問題である。したがってこのようなバネ下の振動と一致する振動数をもつ台車構造は高速車両においては、避けなければならない。そのためには台車枠バネ間の振動数を増大しないように考慮すべきで、この振動数が高くなるとバネ下の振動の影響として車体に弾性振動が誘起されることになる。車体にあらわれる 30~60 c/s 程度の振動が比較的大きいのは、この振動の伝達率がそれ自体普通小さいけれどもバネ下が共振状態に近いバネ下の強制力が大きくなっている結果と解される。軌道の構造上この振動の発生はまぬがれないから、車両の振動乗心地をいっそう良好に保つためには、台車は二自由度のバネ系とし台車バネ間ではできるだけ完

全に一体とした構造にし振動数を上げないことが必要である。

4. 高速車両の振動源について

いままでの車両で考えられることや、発生している振動をもとに高速車両の振動源について考えてみる。

振動源と考えられるものは、軌道についてはレールの継目、変形、高低差、波状摩耗、枕木間隔、枕木と道床の弾性変化、台車については車輪の偏心、アンバランスが考えられる。

新幹線の軌道構造はまだ決定していないようであるが、コンクリート枕木、コンクリート道床、ゴムパッドなどが多く使用され相当強固な軌道ができることになるであろう。しかし基本的な構造は変わらないし、見かけの道床弾性もレールささえにゴムを使用し荷重点で30 t/cmのバネ定数が提案されており⁽¹⁰⁾、これは2.2の数値例で基準とした $k=150 \text{ kg/cm}^2$ 程度の値となるので軌道の弾性は現在のものからそれほど大きく変ることはないと思われる。したがってバネ下は30c/s程度の固有振動数をもつものと考えられる。

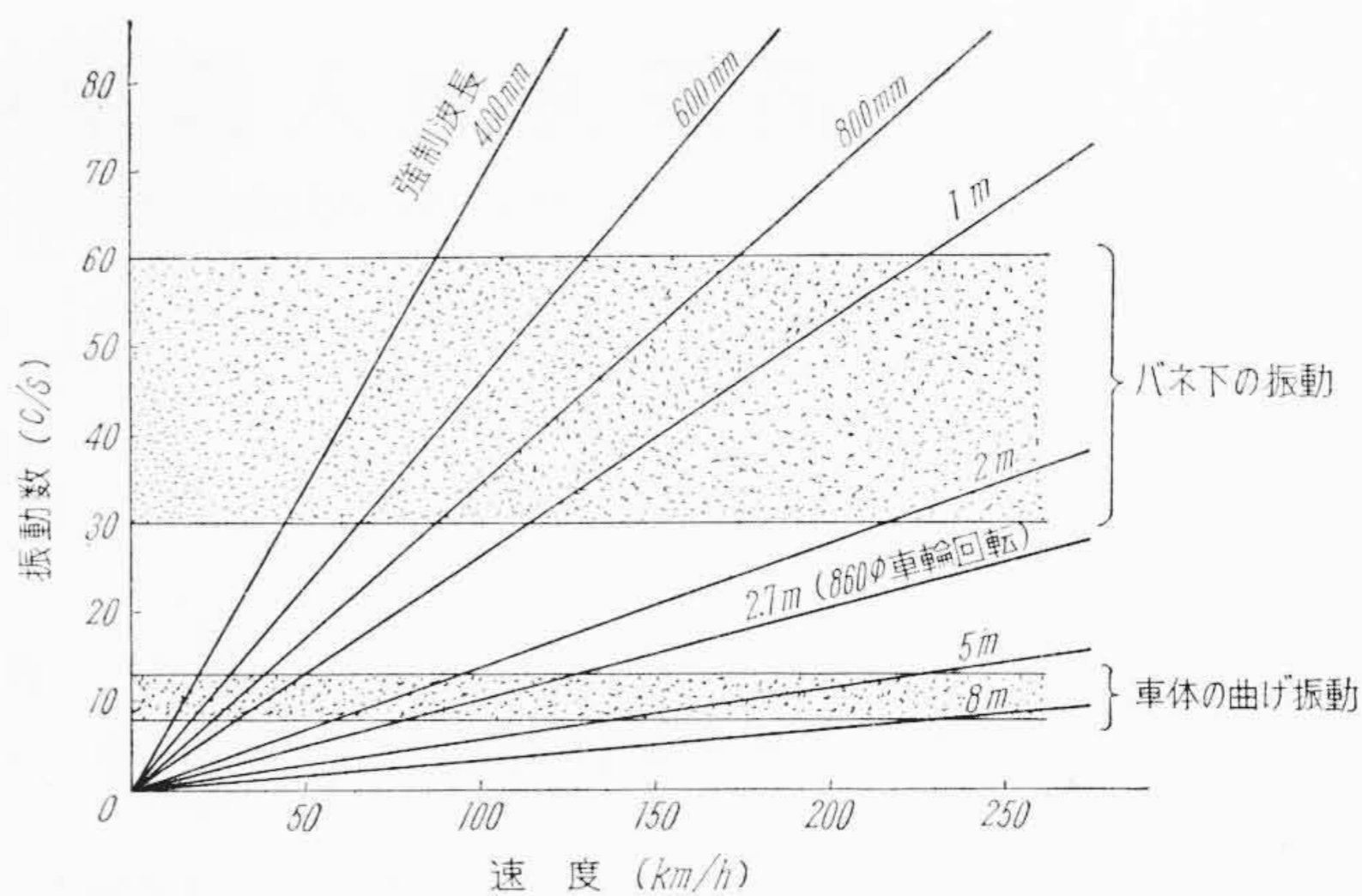
また継目部の軌道構造については研究が進められており、長尺レールの採用とともに現在の軌道に比し継目の影響は大幅に改善されることが期待できる。しかしレールの波状摩耗、枕木間隔、枕木道床の弾性変化による振動は避けられない問題である。

レールの波状摩耗の顕著なものとして波長が400 mm程度のものがある⁽⁴⁾。また枕木間隔はレール25m当りに31~41本の枕木が使用されており、これによると波長は600~800mmとなる。長尺レールを使用した場合どの程度レール変形の波長があらわれるか実測例が見当たらないが、現在の10mレールについてもレールの継目に関係しないで5 m程度の波長が見られる⁽¹¹⁾から、この程度の変形は長尺レールの場合にもあらわれると思われる。強制波長とバネ下の振動および車体の振動との関係を第7図に示す。いまこの図と現在すでに120~150km/hの速度まで国鉄で一応問題なく走行していることを考え合わせれば、150 km/h以上で問題になる強制波長はバネ下の振動に対しては0.8~2m、車体の曲げ振動に対して3~8 mで、これらの強制波長のものが存在するかどうか、そしてこれらの強制力の大きさがどの程度であるかということになる。これは軌道の保守の程度によって決まるもので、波長0.8~2 mに対しては波長400~800 mm程度の波状摩耗の振幅以下、波長3~8 mに対してはいまの車輪の偏心量以下の値に保てば問題ないと思う。

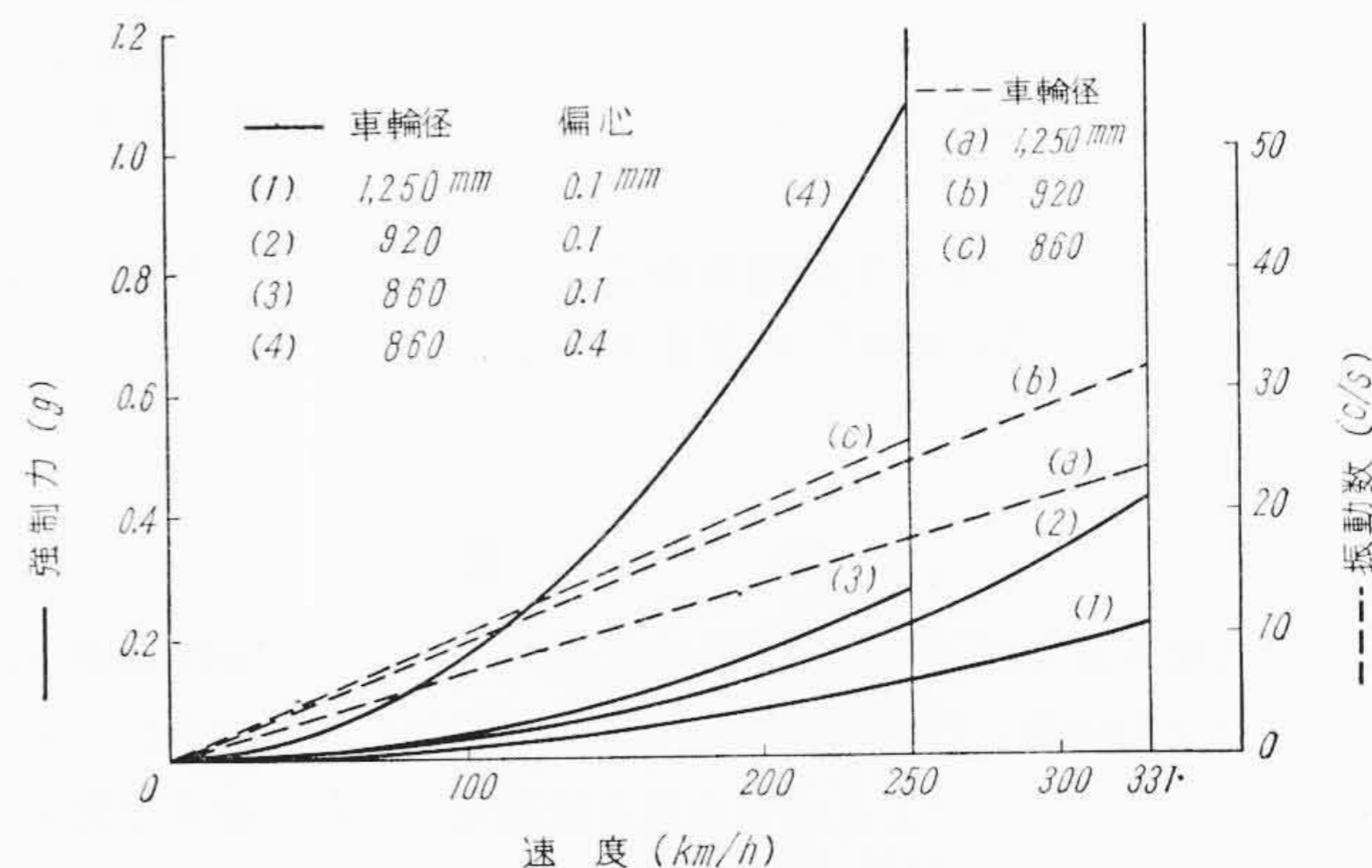
車輪の偏心によって発生する強制力を比較すると第8図が得られる。偏心0.1 mmはフランス国鉄の高速度試験(最高速度331km/h)の報告⁽¹²⁾から、また0.4 mmは昭和25年頃の国鉄の実測例の報告⁽¹³⁾から与えた。フランス国鉄の試験は営業線で行われ、軌道は普通一般形式のもので走行していることから考え、また新幹線の場合軌道が相当改良されることを期待し、車輪の偏心が0.1 mm以下に保守できれば問題はないと思う。偏心0.1 mmで200 km/hで走行したときと偏心0.4 mmで100 km/hで走行した場合、強制力の大きさについては同程度である。100 km/hのときの振動数は10.3 c/sで、200 km/hでは20.5 c/sであるので、100~120 km/hのときは車体の曲げ振動に影響するが、200 km/hまたはそれ以上になるとバネ下の振動に影響してくる。しかしバネ下の固有振動数が30 c/s以上に確保できれば、車輪回転によるバネ下の共振状態は一応あらわれないと思う。前記のような20c/s程度の振動数のあらわれる軌道が連続する場合には問題となるから、軌道は860 mmの車輪を使用するとすれば、少なくとも30c/s以上の固有振動数をもつようなレールの弾性支持方法が望ましい。

5. 結 言

従来の車両振動はおもに10~15c/s以下を対象にしていたが、さ



第7図 振動源と車輪振動との関係



第8図 車輪の偏心による強制力

らに高い振動数をもつバネ下振動が高速時問題になると予想され、考察の結果おもに次のことがいえる。

- (1) バネ下の振動は走行状態においては、共振振動数はわずかではあるが低下し、レールのたわみ振幅の形はバネ下荷重点前後において対称にならない。
- (2) バネ下の振動は30~60 c/sの間のもものと400 c/s程度の振動が顕著で、特に30~60c/sの振動は車体に影響している。今後さらに振動、乗心地を改善するためにはこの振動について考慮すべきである。
- (3) 振動源として考えられるもののうち、車両側で問題になる車輪の偏心量は0.1 mm以下を目標にすればよいと考えられる。バネ下の振動について巨視的な考察を行ったに過ぎず、なお検討の余地はあるが、車両を単なるバネ系とみると、車体、台車の構造をいままで以上に考え直す必要は今のところないと思われる。

参 考 文 献

- (1) 佐川：日立評論 40, 617 (昭33-5)
- (2) 松平：交通技術 12, 290 (昭32-8)
- (3) P. M. Mathews: Z. A. M. M. 38, 3/4, 105 (昭33-3)
- (4) 小野：鉄道業務研究資料 9, No. 1, 4 (昭27-1)
- (5) 国枝：鉄道業務研究資料 11, No. 24, 13 (昭29-12)
- (6) 高橋：運輸技術研究所報告 4, 4/5, 1 (昭29-5)
- (7) 佐藤：鉄道業務研究資料 13, No. 8, 2 (昭31-4)
- (8) 佐藤, 豊田, 市川：鉄道業務研究資料 11, No. 17, 9 (昭29-9)
- (9) たとえば桑江, 佐川：日立評論 37, 927 (昭30-6)
- (10) 星野：交通技術 12, 293 (昭32-8)
- (11) 桑江：日立評論 38, 569 (昭31-4)
- (12) 日本国有鉄道：外国鉄道技術情報 2 (昭33-8)
- (13) 国枝：鉄道業務研究資料 9, No. 10, 22 (昭27-6)