第8章　知っておくべき事、知っておくと便利な事

8.1　はじめに

皆さんが受けとったテキストには、“天文学者” になるために大事な知識が満載だったと思います。もちろん、それらテキストの内容は重要ですが、その内容だけではなく、実は知っておかなければならない事や、知っておくと便利な事があります。例えば、海水浴を楽しむなら水着やゴーグル等が必要ですよね？ここでは、皆さんが “天文学者” を楽しむために必要な道具を幾つか紹介します。もし、テキストを読んでいる時や、実際に “天文学者” を経験している時に、「あれ？この記号なんだろう？」と疑問に思った時などは、一度この “おまけ” に目を通してみて下さい。テキストを何の問題もなく読むことができる方や、この “おまけ” の内容を理解したという方は、各節の最後にある [**考えてみよう**] と題した問題を解いてみましょう。

8.2　ギリシャ文字

皆さんが “天文学者” を経験していると、そのうち「アルファベットに似てるんだけど、なんか違うなぁ…」という記号と出会う事になると思います。その「なんか違う」記号、十中八九**ギリシャ文字**と呼ばれる種類の文字です。それではまず、天文学の中で良く出てくるギリシャ文字を紹介しましょう（表 8.1）。

小文字	大文字	読み方	使用例
α	A	アルファ	赤経 (α)
γ	Γ	ガンマ	γ 線バースト
δ	Δ	デルタ	赤緯 (δ)
θ	Θ	シータ	角度 (θ)
λ	Λ	ラムダ	光の波長 (λ)
ν	N	ニュー	光の振動数 (ν)
π	Π	パイ	円周率 (π)
ϕ	Φ	ファイ	角度 (ϕ)

表 8.1: 特に良く目にするであろうギリシャ文字のリスト

このリストをざっと見て分かると思いますが、大文字が皆さんよくご存知のアルファベットの大文字と同じものもあります。でも、テキスト等にギリシャ文字がギリシャ文字として出てくる時には、小文字で書かれている事がほとんどです。つまり、アルファベットの大文字が出てきたら、例えギリシャ文字に同じ文字があったとしても、皆さんにお馴染みのアルファベットの読み方で読めば良いのです。ですから、「これ、アルファベット読みするの？ギリシャ文字読みするの？」と迷う事はほとんど無いでしょう[1]。

さて、表 8.1 であげたギリシャ文字以外にも、参考文献を読んでいると、良く出てくるかもしれないものがあります。それを次にあげておきましょう（表 8.2）。

小文字	大文字	読み方	使用例
β	B	ベータ	β 崩壊
ϵ	E	イプシロン	小さな量 (ϵ)
η	H	エータ	効率 (η)
κ	K	カッパ	吸収量 (κ)
μ	M	ミュー	平均の分子量 (μ)
ρ	P	ロー	物質の密度 (ρ)
σ	Σ	シグマ	断面積 (σ)
τ	T	タウ	物質の厚さ (τ)
ψ	Ψ	プサイ	重力の深さ (Ψ)
ω	Ω	オメガ	角振動数 (ω)

表 8.2: そのうち目にするであろうギリシャ文字のリスト

この２つのリストに出てくるギリシャ文字を知っておけば、テキストを読んだりする時に、「この文字の読み方が分からない、、、」と言って困る回数は、かなり減ることと思います[2]。

[1]読み易いように、読み方はカタカナで書いてあります。しかし、正確な英単語の発音をカタカナで書くのが難しいか、あるいは不可能なのと同じように、この読み方は、細かい事を言えば、ギリシャ文字の正確な発音では無いのです。また、わずかに違う読み方をする人もいることを、心の隅に留めておくと良いでしょう。

[2]新しく習ったと言う事で、ギリシャ文字を使うのは大いに結構です。でも中には、ν（ギリシャ文字の “ニュー”）と v（アルファベットの “ヴイ”）のように、アルファベットと良く似たギリシャ文

最後に、その他のギリシャ文字をあげて、この節を終りにします。さすがに理論の研究をし始めると、この表 8.3 にあげる、普段あまりお目にかかれないようなギリシャ文字も使うようになります。ですが、皆さんがふつうに生活していても、なかなかお目にかかることはできません。そういう事情もあって、紹介はしておきますが、使用例を省きました。

小文字	大文字	読み方
ζ	Z	ゼータ
ι	I	イオタ
ξ	Ξ	クシー
o	O	オミクロン
υ	Υ	ウプシロン
χ	X	カイ

表 8.3: 滅多に目にしないであろうギリシャ文字のリスト

アルファベットと同じようにギリシャ文字にも順番があります。そこで全てのギリシャ文字を順番通りに並べると、$\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta\iota\kappa\lambda\mu\nu\xi o\pi\rho\sigma\tau\upsilon\phi\chi\psi\omega$ となっています星座の中の天体を、この順番を使って明るい方から命名したりもします。[3]。

[**考えてみよう**] 皆さんが、普段の生活で耳にしたり、目にした事のあるギリシャ文字を幾つかあげてみましょう。

8.3 算数

皆さんは “数学者” ではなく、“天文学者” になろうとしているわけです。だから、「算数なんてやらなくてもいいでしょ！」と言いたくなるかもしれません。でも、そう言いたくなる気持ちをぐっとこらえて、少しだけ算数の知識を身に付けましょう。天文学では、宇宙の色んなものを測り、計算し、予測する、わけですから、どうしても算数が必要なのです。ここでは、“どうしても必要な算数” として、**指数**、**対数**、**三角関数**、の 3 つを紹介します。「そんなもの知ってるよ〜」という人は、ここを読み飛ばしてもらって構いません。

字もあります。あまり文字を丁寧に書かなかったために、後で見た時に「アルファベットなのか、ギリシャ文字なのかわからない…」と、困らないように気を付けましょう。

[3] 例えば、白鳥座（Cygnus）で一番明るい星のデネブは、“白鳥座 α 星（α-Cygni、あるいは略称で α-Cyg）” と呼ぶ事もできます。

8.3.1 指数

「x という数字を y 回かけあわせましたよ」という意味で、良く x^y という書き方をします。そしてこの数字を「x の y 乗（エックス ノ ワイ ジョウ）」と読みます[4]。これが**指数**というものです。

例えば 2 を 6 回ほどかけあわせる、$2\times2\times2\times2\times2\times2$ ですから、この数字は 64 ということになりますね？では、指数というものを使って 64 を書くと、2^6 となります[5]。つまり、$64 = 2^6$ あるいは、$2^6 = 64$ なわけです。ここで「たいして書く手間変わらないし、そんなもの使わなくてもええやん！」と思うのは間違いです。特に天文学ではとっても大きなものをあつかいますから、あつかう長さや重さ等はとても大きな数字になります。そんな大きな数字の場合、いちいち全部書いていては手間がかって面倒なので、普通は指数を使って書きます。

光の速度は秒速約 30 万キロメートルです。計算等などに使う時は、長さの単位をメートルかセンチメートルにしますから、この光の速度を秒速何メートルという書き方にすると、秒速約 3 億メートルということになりますね。これを数字で書くと、300000000 [m/s] となります。3 を書いた後に 0 を 8 個も書かなければなりません。でも、指数をうまく利用して書くと、3×10^8 [m/s] ととてもスッキリ書けます。この場合、3 億は 1 億の 3 倍なので、まず 3×100000000 [m/s] と書きかえます。次に 1 億の部分ですが、これは 10 を 8 回かけたもの、つまり $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$ なので、10^8 と書く事ができます。その結果、「光の速度は 3×10^8 [m/s]」と簡単に書けるのです[6]。

もちろん、2 のナントカ乗と書く事もできます。でも 10 のナントカ乗と書くと、「ナントカ」は 0 が何個あるかを示すので、その数字を書く人も見た人もわかり易いですよね？ですから普通は $a\times10^b$ という書き方をします。この時、a は整数でなくても構いません。地球から太陽までの距離は約 1500 億メートルなのですが、これを 15×10^{10} [m] と書いても良いですし、1.5×10^{11} [m]（こちらが良く使われます）と書いても良いのです。

さて b の値に関しては、普通は整数を使います[7]。つ

[4]「x に y をかけましたよ」（つまり $x\times y$、あるいは xy）とは違いますので、十分注意して下さい！

[5] この数字（2^6）を、「ニ ノ ロク ジョウ」と読みます。

[6] 数字の読み方は「サン カケル ジュウ ノ ハチ ジョウ」です。

[7] 実は、整数でなく実数を使う事もできます。もし 3 という数字を 10^b という書き方で無理矢理書くと、b の値は約 0.48 となり、3 はだいたい $10^{0.48}$ に等しいのです。当然皆さんは「0.48 回かけるって、一体どういう意味？」と思うでしょう。しかし、特別な電卓や表を使えば、ほとんどの数字を 10^b と書くことができます。こ

いでに言うと、マイナスの数字を b に使っても構いません。マイナス回かけるという意味がわからないと思いますが、これは結局「割る」事になります。例えば、7×10^{-5} という数字があったとしましょう。これは結局、「$7\div10^5$ を計算した結果と同じですよ」という意味になり、この数字は 0.00007 ということになります。

ついでに、指数同士のかけ算、割り算の計算方法を簡単な場合についてここに書いておきましょう。指数については、この２種類の計算方法を知っておけば十分だと思います。さて今、$a\times10^b$ と $c\times10^d$ という２つの数字があったとします。この時、かけ算と割り算は次のようになります。

$$(a\times10^b)\times(c\times10^d) = (a\times c)\times10^{b+d} \quad (8.1)$$
$$(a\times10^b)\div(c\times10^d) = (a\div c)\times10^{b-d} \quad (8.2)$$

例えば、10^5 と 10^3 のかけ算を考えてみましょう。10 を 5 回かけた数字に、更に 10 を 3 回かけた数字をかけるのですから、5 回プラス 3 回で合計 8 回ほど 10 をかけることになりますね？ですから、$10^5\times10^3 = 10^{5+3} = 10^8$（$100000\times1000 = 10000000$ ですよね？）となるわけです。とかく大きなかけ算というと面倒な印象がありますが、指数同士で x^y と書いてある時の x の値が同じ者同士のかけ算は、y の部分にある数字の足し算をすれば良いので、案外簡単なのです。

次に割り算の場合、例えば 10^5 割る 10^3 という計算を考えます。これは、10^3 にどんな数字をかけたら 10^5 になるのかを計算する事ですね？10^5 は 10 を 5 回かけた数字ですし、10^3 は 10 を 3 回だけしかかけてない数字ですね。ですから、10^3 を 10^5 にしてあげるためには、5 回マイナス 3 回で結局 10 を 2 回ほど、更に 10^3 という数字にかけなければなりません。ですから、$10^5\div10^3 = 10^{5-3} = 10^2$（$100000\div1000 = 100$ ですよね？）となるわけです。

最後に x^y の y が 0 の時、つまり、x という数字を 0 回かける（あるいは一度もかけない）場合には x がどんな値でも 1 となります。

指数に関して、沢山の事を書きました。最初に言った通り、天文学と指数は切り離せません。ですから、大変だとは思いますが頑張って、ここに書いてある事を使ってきちんと数字の比較をしたり、計算ができるようになって下さい。

[**考えてみよう**] 大阪–東京の間の距離は、500 キロメートルくらいあります。この距離を指数を使って書いてみてください。次に、距離の単位をメートルにして指数を使って書くとどうなりますか？

[**考えてみよう**] 1 年間という時間を、秒単位で表すと約 3.2×10^7 秒になります。では、1 年間で光が進む事のできる距離はいくらになるでしょうか？数字は指数を使ってで書いたままで計算し、答えも指数を使って書いてみてください（本文中に光の速度が書いてあります)。

[**考えてみよう**] 太陽からの光が地球に届くまで、何秒かかるでしょうか？これも、数字は指数を使って書いたままで計算し、答えも指数を使って書いてみて下さい（本文中に太陽–地球間の距離が書いてあります)。

8.3.2 対数

今度は、先ほどの指数と関係している**対数**というものについて説明します。例えば p という数字があったとしましょう。この p が、ある数字の何乗なのかを表した数字を p の対数と呼びます。指数の逆と言っても良いかも知れません。

でも「ある数字の何乗なのか？」というと、とてもあいまいですね？例えば先ほどの指数のところでも出てきた 64 という数字は「2 の 6 乗」ですが、実は同時に「4 の 3 乗」でもあります。１つの数字の対数が２つ以上あると、どっちを選んで良いのか困りますね？ですから対数を使う時には、この「ある数字」を決めなければなりません。そして、この「ある数字」を “底（テイ）” と呼んで、「底が 2 の時、64 の対数を計算すると 6 になる。」、あるいは「底が 4 の時、64 の対数を計算すると 3 になる。」と言うのです。対数に関係して、２つほど注意が必要です。まず、対数を計算する数と対数の底は、両方とも正の数だけを使います。もし 0 や負の数を使ってしまうと、対数の計算ができなくなってしまいます[8]。またさきほどの例からわかるように、底の値によって対数の値は変わります。対数を使う時は、この点にもいつも注意をしておきましょう。ただ天文学で使う対数は、底の値として 10 を使う事が多いと思います。

それでは次に、対数を書き表す方法を紹介しましょう。この時使う記号は、log（ログ）という 3 文字のアルファベットです。p という数字の対数を書き表したい時に、底が q だったとすると、log の右下に小さく

れを利用すると、光の速度は 10 を 0.48 回かけたものに、更に 10 を 8 回かけたものになります。すると、合計で 8.48 回かけることになるので、光の速度は $10^{8.48}$ [m/s] とも書けるわけです。

[8] どんな数を例え何乗しても、マイナス何乗しても、0 にすることはできないのですから、逆に 0 の対数に対応する数字はありません。ですが、もし無理矢理書くとすれば、どんな底を選んだ場合でも、0 の対数は “$-\infty$（負の無限大）” ということになります。

底を、その横に対数を計算したい数字を堂々と書く、つまり $\log_q p$ と書き表します。ですから 64 の対数を計算すると、$\log_2 64 = 6$、あるいは $\log_4 64 = 3$ となります。また p と q が全く同じ数字だった場合には、その対数は 1 になります。

次に対数に関係して、とりあえず知っておくと便利な計算方法を紹介します。

$$\log_p(q \times r) = \log_p q + \log_p r \qquad (8.3)$$
$$\log_p(q \div r) = \log_p q - \log_p \qquad (8.4)$$
$$s \times \log_p q = \log_p q^s \qquad (8.5)$$

これらの式は、左から右に使っても良いですが、計算の種類によっては、右から左に使うと計算が簡単になって便利な時もあります。ですから、こうしなければいけない、というものではありません[9]。

さて実は、2つの数（式 8.4 の q と r）をかけて出てきた数の対数を計算する事は、それぞれの数の対数を計算して足せば良いのです。つまり、“かけ算” が “足し算” になるので、これは便利だと思いませんか?64 と 16 という 2 つの数字について考えてみましょう。この 2 つの数字をかけると 1024、あるいは 2^{10} と書く事ができます。ここで、底を 2 だとして対数を計算すると、1024 は 2 の 10 乗なのですから、結局、$\log_2 1024 = 10$ となります。ですが 64 も 16 も底が 2 の場合の対数は、さっきすでに計算していて、それぞれ $log_2 64 = 6$ と $log_2 16 = 4$ であることを知っています。ですから、64×16 という数字の対数を計算したい時に、わざわざ 64×16 というかけ算を計算しなくとも、式 8.4 を使えば簡単に対数を計算できるのです。本当ならばこの計算をする時、

$$\begin{aligned}\log_2(64 \times 16) &= \log_2(1024)\\ &= \log_2(2^{10})\\ &= 10\end{aligned}$$

という順番で計算しなければいけませんが、式 8.4 を使うと

$$\begin{aligned}\log_2(64 \times 16) &= \log_2(64) + \log_2(16)\\ &= 6 + 4\\ &= 10\end{aligned}$$

となって、楽に計算ができてしまうのです。

ところで、$\log_2(2^{10})$ という対数が出てきましたが、これはさきほどあげた 3 つの式のうち、式 8.5 を使って $\log_2(2^{10}) = 10 \times \log_2 2$ と書くことができます。$\log_2 2$ という対数は、対数を計算する数と底の数が同じなので 1 です。ですから、$10 \times \log_2 2 = 10 \times 1 = 10$ となります。

また、2 つの数（式 8.5 の q と r）の割り算をして出てきた数の対数を計算する時は、割られる数（q）の対数から、割る数（r）の対数を引けば良いのです。つまり今度は、“割り算” が “引き算” になるのです。これも便利だと思いませんか？直前と同じように、$q = 64$、$r = 16$ の場合について考えてみましょう。まず $64 \div 16$ を計算して、その答が 4 で、更に底が 2 の時に 4 の対数を計算すると…$\log_2 4 = 2$ というわけで「答えは 2」とするのが素直な方法でしょう。ですが、$\log_2 64 = 6$ で、$\log_2 16 = 4$ ですから、式 8.5 を使うと、$6 - 4 = 2$ なので「答えは 2」とする方が、より簡単に計算できますね。この方法に慣れてしまうと、対数の計算をする際により早く簡単にできます。

更に例えば、何かの時に「光の速度を対数で計算したい」という事が起きたとしましょう。底が 10 の場合を考えてみましょう。光の速度は 3×10^8 [m/s] ですから、この対数をとると $\log_{10}(3 \times 10^8)$ という数字[10]になります。でもこのままで計算するのは、ちょっと難しそうです。そこで、式 8.4 を使うと、$\log_{10} 3 + \log_{10}(10^8)$ と変形する事ができます。ひとまず最初の log の部分はおいておいて、2 番目の log の部分に注目しましょう。式 8.5 を使っても明らかな通り、$\log_{10}(10^8) = 8$ です。ですから、$\log_{10}(3 \times 10^8) = \log_{10} 3 + 8$ となります。残念ながら 10 を何乗すれば 3 になるかは、簡単には計算できませんが、コンピューターによる計算などから実は約 0.48 になる[11]ことが分かります。結局、底が 10 の時の 3×10^8 の対数は、約 8.48 ということになります。このように、対数を計算したい数字が、底になっている数字の何乗と奇麗に（あるいは簡単に）書けないような場合もあります。そういう場合には、特殊な電卓や表などを使って計算することになります。

指数、対数に関係して長々と説明をしてきましたが、それらは、「こういう計算が出てきたら、絶対こうしなさい！」というものより、「こういう計算が出てきたら、こう計算すると楽になりますよ。」とか、「こう

[9] また、式 8.5 の左辺ですが、$\times$ の記号を省いて $s \log_p q$ と書くのが正しい書き方と思いますが、分かり易いようにわざと $\times$ を残して書いてあります。

[10] これは、$\log_{10}(3 \times 10)^8$ とは違います。ですから、簡単に書きなおせそうだからといって、「式 8.5 を使うと、$8 \times \log_{10}(3 \times 10)$ になる！」などとするのは間違いです。念のため注意してください。

[11] 実はこの数字、すでに出てきています。余裕のある人は探してみましょう。（ヒント：どこかの脚注にあります）

いう計算の仕方をしても良いんですよ。」といったものです。また、指数と対数は、皆さん既になんとなく感じているかもしれませんが、お互いに関係しあっています。もし x と y と z の間に $z = \log_x y$ という関係があると、この関係は $x^z = y$ と書く事もできるのです。片方が分かると、もう片方の事が分かり易くなったり、より深く理解できるようになると思います。

[**考えてみよう**] 我々から見ると、太陽の明るさは、こと座のベガの明るさに比べて約百億倍明るいと言われています。それでは、底を 10 とした時に、この明るさの違いを対数で表すと一体いくらになるでしょうか？

[**考えてみよう**] もし全ての星を、私たちから同じ距離に持って来ることができたとすれば、その時の星の明るさは、その星の表面の温度の 4 乗に比例していると考えることができます。ところで、太陽の表面温度は地球の表面温度の約 20 倍と言われています。もし、地球や太陽と同じ温度の２つの星が我々から同じ距離にあったとしたら、明るさはどれだけ違うでしょうか？最初から対数を使って計算し、答えも底を 10 とした時の対数で表してみましょう。ただし、$\log_{10} 2 = 0.3$ とします。

8.3.3 三角関数

皆さんが、テキストを読んだりしていると、もしかしたら先ほどの log 以外にも、見たことの無いアルファベット３文字の組合せを目にするかもしれません。あるいは、もう既に「なに?sin?cos?tan?何なのこれ?」と頭をかかえているかもしれません。この、sin（サイン）、cos（コサイン）、tan（タンジェント）は**三角関数**と呼ばれるものです[12]。

さて、“三角関数” と呼ばれるからには、三角と何か関係がありそうですね。ここではまず、一番長い辺の長さが１で、３つの角のうち１つが直角、他の２つのうちの１つが角度 θ となっている、図 8.1 のような直角三角形を考えます。また、長さが１の辺に対して角度 θ の角を挟んで反対側の辺の長さが a、残りの辺の長さが b であるとします。この時、もし $\sin\theta$ と書いてあったとすると、それは一番長い辺（今なら長さ 1 の辺）に対して、角度が θ になっていない方の角を挟んで反対側の辺（今なら長さ b の辺）が何倍の長さを持つのかを計算することになります。Fig. 8.1 の場合

[12] これ以外にも三角関数はありますが、ひとまずこの３種類で十分だと思いますので、ここでは扱いません。また、サインを “正弦” と、コサインを “余弦”、タンジェントを “正接” と呼んだりもしますが、私はこの呼び方を使ったことがほとんどありません。

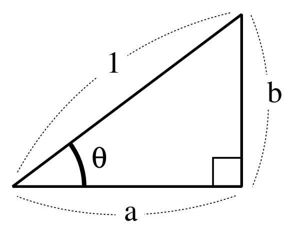

図 8.1: 三角関数と三角形と角度の関係の図

は、$\sin\theta = b \div 1 = b$ となります。この時、「角度 θ に対する、sin の値は b である」と言います。同じようにして、$\cos\theta$ は、一番長い辺に対して、角度が θ になっている方の角を挟んで反対側の辺が何倍の長さを持つのかを計算することになります。ですから、今の場合は $\cos\theta = a$ となります。tan の場合は、角度が直角の角を挟んでいる２つの辺を比較するのですが、角度が θ の角を挟んでいない方の辺が、挟んでいる方の辺の何倍なのかを計算することになるので、今の場合は $b \div a$ を計算することになります。つまり、$\tan\theta = b/a$ なのです。

さて注意しなければいけないのは、この三角関数の値は角度だけで決まっているものだということです。例え、直角でない三角形を問題に出されても、一番長い辺の長さが 1 でない場合を考える時でも、「一番長い辺の長さが 1 で、しかも一番長い辺のお向かいにある角の角度が直角である三角形」を頭の中で思い浮かべるか、あるいは計算用紙か何かに簡単に書いてみて、先ほど説明した順番で必要な値を計算すれば良いのです[13]。こうすれば、sin、cos、tan で、どの場合にどの辺をどの辺で割るかすら間違えなければ、正しい三角関数の値を知ることができるわけです。

残念ながら、どんな角度でも簡単に計算できるわけではなく、この場合もやはり特殊な計算機か、表のようなものが必要になります。ただし、指数や対数の場合と違って、分度器と物差しがあれば、三角関数のおよその値は求めることができます。図 8.1 のように、θ の部分の角度が求めたい三角関数の角度になっているような直角三角形を分度器を使って書けば良いのです。そして、できた三角形の各辺の長さを物差しで測って、先ほど説明したように割り算をしてやればそれで出てきます。例えば、tan を求めたければ、b の辺の長さを

[13] “三角形は１辺の長さと２つの角の角度が同じであれば、全く同じ三角形になる” という「三角形の合同」条件を思い出してください。

a の辺の長さで割れば良いということになります[14]。

漠然とした例ばかりでは、いまひとつ分かりにくいという人のために具体的な例をあげてみましょう。「角度が 30° の場合の、sin、cos、tan を求めたい」時には、まず図 8.2 のような三角形を書きます。これは正

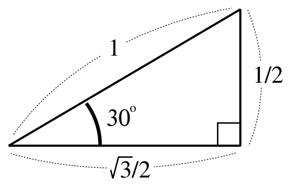

図 8.2: 三角関数を計算するための具体例

三角形を１つの角を通る線で二等分した三角形になります。さてこの時、一番長い辺の長さを 1 とすると、その長い辺と 30° を挟んで反対側にある辺の長さは $\sqrt{3}/2$ になり、残りの辺の長さは 1/2 になっているはずです。これらの長さから考えると、$\sin 30^\circ = 1/2$、$\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$、そして、$\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$ （または、$\tan 30^\circ = \sqrt{3}/3$）となります。皆さんが、“天文学” で普通に使うような場合の角度では、sin と cos については 0 から 1 の間の値を、tan については 0 以上の値になります[15]。

では、この三角関数が “天文学” でどんな役に立つのか、例をあげてみましょう。太陽を地球から見ると、直径が約 0.5° になります。また、地球から太陽までの距離は 1.5×10^{11} [m] です。この状況を図に書くと、Fig. 8.3 のようになります。もし皆さんが三角関数を上手に使うと、これだけのことから例えば太陽の直径を計算することができるのです。この図 8.3 の中には、一辺が太陽の直径になるように、また太陽の直径と直角に交わっている辺が、地球（あるいは我々）と太陽の間の距離と等しくなるような直角三角形も書いておきました（ですから、念のために言っておきますが、一番長い辺の長さは 1 ではありませんよ！）。さて、先ほど説明した三角関数の中で、tan というやつを思い出してみましょう。tan は、先ほどの Fig. 8.1 の図で言うと $\tan\theta = b/a$ でした。この図を、今回の図 8.3 にあてはめると、$\theta = 0.5^\circ$ で、$a = 1.5 \times 10^{11}$ [m] ということになります。ということは、もし特殊な計算

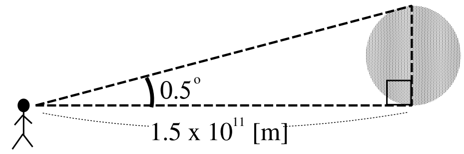

図 8.3: 太陽の直径を計算する方法。左側にいるのが私達（地球)、右側にある丸いものが太陽 (図の中の三角形で 0.5° と書いてある角は、図を見やすくするために実際には 0.5° になっていません。ですからこの図をそのまま使って、先ほど言った方法で 0.5° の三角関数を求めることはできません。)

機を使うなどして $\tan 0.5^\circ$ が分かれば（$b = a \times \tan\theta$ でもあるので、これを計算することで)、b の大きさ、つまり太陽の直径が分かることになります！ちなみに、$\tan 0.5^\circ$ の値は約 9.0×10^{-3} なので計算すると、$(1.5 \times 10^{11}) \times (9.0 \times 10^{-3}) = 1.2 \times 10^{9}$ となり、太陽の直径が 1.2×10^{9} [m] であることが分かるのです。

最後に、少し特別な場合だけれども、天文学では良く出てくる場合の三角関数の値について紹介しておきます。天文学では遠くの天体を扱うこともあって、どんなに大きな天体でも、夜空に見える時にはとても小さく見えます。普通の星は、ほとんど点にしか見えません。また銀河の場合でも、特別な場合を除いたほとんどのものは、地球から見ても１度に及ばない直径でしかありません。ですが、それだけ角度が小さいと、逆に三角関数を使う時にはとても便利です。なぜなら、角度（θ）がとても小さい時（例えば、0.1° 以下の時）には、下に書いたような式で三角関数の値を計算しても、正確な値とほとんど同じだからです。

$$\sin\theta = \theta \tag{8.6}$$

$$\cos\theta = 1 \tag{8.7}$$

$$\tan\theta = \theta \tag{8.8}$$

ただし、この公式を使う時は、皆さんの良く使う “度” を使って角度を表すのでは無く、すぐ次の節で紹介する “ラジアン” という少し変わった単位を使って角度を表さなければなりませんので注意してください。

[**考えてみよう**] ここで紹介した、図を書いて三角関数を求める方法を使って、$\sin 40^\circ$、$\cos 40^\circ$、そして $\tan 40^\circ$ を求めてみましょう。更に、$\cos 50^\circ$ を求めてみましょう（実は、40° の時の三角関数の値が分かると、50° の時の三角関数の値も分かります)。

[14] この時、一番長い辺の長さを 1 [cm] や 10 [cm] 等のようにキリの良い数字にしておくと計算が簡単です。

[15] 本当は、cos と sin が-1 から 1 の間の値になり、tan はマイナスからプラスまでどんな値にでもなるのですが、今回皆さんが “天文学者” になるためには、必要無いと思うので、ここでは触れません。

[**考えてみよう**] 手で握り拳を作って、耳のあたりに肩をつけたまま腕を伸ばした時、握り拳の上と下の間は、どのくらいの角度離れているでしょうか？まず握り拳の大きさと、腕の長さを測って、自分の腕と良く似た三角形を書き、分度器を使って測ってみましょう。
またこの結果を利用し、自分の拳を使って夜空の星と星の間の角度を測ってみましょう。

[**考えてみよう**] 我々に最も近い銀河の１つである大マゼラン雲は、その大きさが 10° にも及ぶと考えられています。ところで、ある方法による測定から、大マゼラン雲までの距離は、約 1.7×10^{21} [m] と言われています。では、大マゼラン雲の実際の大きさは何 [m] になるのでしょうか？$\sin 10^\circ = 0.17$、$\cos 10^\circ = 0.98$、$\tan 10^\circ = 0.18$ のどれかを使って計算してみましょう。
また、とある別の銀河から、この大マゼラン雲を見た時に、大マゼラン雲の大きさが、１万分の１（10^{-4}）ラジアン（0.1° よりはるかに小さな角度）だったとします。ではこの時、この "とある別の銀河" は、大マゼラン雲から一体何 [m] 離れているのでしょうか？

8.4 単位

ここでは、特に "天文学" で良く出てくる単位、あるいは、おそらく "天文学" でしかお目にかかれない単位を簡単に紹介しておきます。

8.4.1 "ラジアン：[radian]、[rad]"

角度を表す時に、通常は °（度）を用います。この単位は、円を１周すると中心から円を見た時に 360° 回転する事に対応しています。ところがここで紹介する**ラジアン**は、円を１周したときに 2π 回転するというように定義してあります。一見、π（円周率）なんてのが含まれていて、ややこしい単位に見えますが、このラジアンを使った方が便利な事も多いのです。例えば半径 1 の円を考えたとき、その円の円周は 2π となり、ラジアンを単位にして図った角度と同じ値になりますし、角度 α ラジアンの円弧の長さは α になります。ちなみに、1° は $2\pi \div 360 = \pi/180 = 0.01745\cdots$ となります。また単位を表す時には、[radian]、あるいは短くして [rad] 等と書き表します。

[**考えてみよう**] １分、１秒といった大きさの角度は、ラジアンで表すと大体どのくらいの大きさになりますか？
また 1 [rad] は、何度くらいになりますか？

8.4.2 "度（°）、分（′）、秒（″）"

天文学では小さな角度を扱う事が多くあります。ですから、度だけを使っていると、0.001° や、10^{-3} ° 等と、なんとなくややこしい形に書かなければなりません。しかし、みなさんにはあまりお馴染みのない °（度）よりも位の小さな角度の単位を使うと結構スッキリと書くことができます。その位の小さな角度の単位が "**分**" や "**秒**" という単位です。"度" と同じように記号で書く場合には、例えば 1 分を $1'$ と、1 秒を $1''$ と書きます。時間の単位にそっくりですが、お互いの関係も時間の単位にそっくりです。つまり、$1^\circ = 60'$（1 度は 60 分）ですし、$1' = 60''$（1 分は 60 秒）です。
字の右肩につく小さな記号ですが、"度" なのか "分" なのか "秒" なのか、これを間違えると、計算結果がとんでもない値になったりする等の災難（？）にあいかねませんので、十分に注意してください。

8.4.3 座標に使われる単位

単に角度だけでなく、赤経、赤緯、銀経、銀緯など、天体の位置を表すためにも、先ほど紹介した "分" や "秒" は使われます。それらの基準に関しては、"天球座標" のテキストを参考にしてください。ここでは、これらの座標を基準からの単純な角度に直すにはどうしたら良いか説明します。図 8.4 を見てください。ここの赤経、赤緯の測り方を示しています。

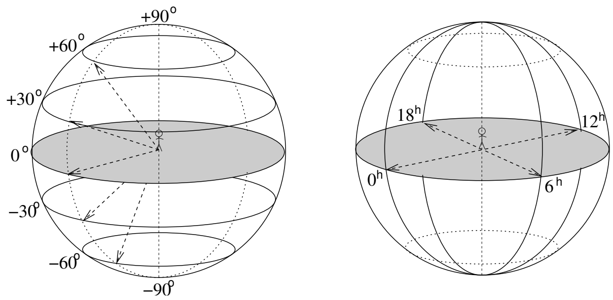

図 8.4: 赤経、赤緯の測り方

まず、地球の緯度に対応する方向（赤緯、銀緯）の座標ですが、これは基準面を境にプラスとマイナスに分けて、それぞれ 90° の幅で指定されます。そして、度より小さな位には分、そしてそれより小さな位には秒を用い、秒より小さな値は秒の部分に普通の

小数を使って表します。例えば基準面からプラスの方向に 3.09733 度離れた天体の緯度について考えてみましょう。この時、“度” の部分がまず $+03^\circ$ となります。次に残りの 0.09733 度ですが、これは単位を “分” に直すと、$0.09733 \times 60 = 5.8398$ 分となります。ですから、“分” の部分が $05'$ となります。最後に、更に残りの 0.8398 分の部分を、単位を “秒” に直すと、$0.8398 \times 60 = 50.388$ 秒となるので、“秒” の部分の残りを $50.388''$ と書き表します。結局、この天体の緯度は、$+03^\circ 05' 50.388''$ となるわけです。

次に、地球の経度に対応する方向（赤経、銀経）の方向ですが、これは基準の方向から測った、0 度から 360 度の幅で指定されます。しかし、単位が少し変わっています。まず一番大きな位が、“度（°）” ではなく “時（^{h}）” となり、しかもこの “時” という単位は、0 から 24 の間の値しかとりません。ですから、1 時分の角度を計算すると $360^\circ \div 24 = 15^\circ$、つまり、1 時は 15 度と等しいのです。そして “時” よりも小さな単位は、緯度の場合と同じように、“分”、“秒” という順番に小さくなるのですが、そもそも一番大きな単位の “時” が、“度” の 15 倍の大きさの角度を意味します。その結果、同じ単位の “分” や “秒” を使っているのに、経度の場合に使われる “分” や “秒” は、緯度の場合に使われる “分” や “秒” と比べて 15 倍も大きい事になります。今、勘違いを少なくするために、経度の単位を “^{h}（時）”、“^{m}（分）”、“^{s}(秒)” と表す事にして、一つの例を考えてみましょう。仮に、基準の方向から、339.490833 度離れた天体の経度を表す事にしてみます。まず、15 度が 1^h と同じなわけですから、$339.490833 \div 15 = 22.6327222$ となり、“時” の部分が 22^h となることが分かります。今度は残りの 0.6327222 時を “分” で表してみます。緯度の場合と同じように計算をすると、$0.6327222 \times 60 = 37.963332$ となるので、“分” の部分が 37^m となりことが分かります。最後に残りの 0.963332 分を “秒” で表すと、やはり同じようにして、$0.963332 \times 60 = 57.79992$ となることから、“秒” の部分が 57.79992^s となることが分かります。結局、この天体の経度は、$22^h 37^m 57.79992^s$ となるわけです。

[**考えてみよう**] 宇宙には、クェーサーと呼ばれるとても明るい天体が存在します。赤道座標の基準面から、緯度方向に +56.139861 度、経度方向に 149.489842 度、離れているクェーサーが存在しますが、このクェーサーの座標を天体の赤道座標で表してみましょう。

また、赤道座標で赤緯 $+11^\circ 43' 37.80''$、赤経 $14^h 13^m 20.11^s$ と表される所にもクェーサーが存在します。今度はこのクェーサーが、赤道座標の基準面からどれだけずれているかを計算してみましょう。

8.4.4 天文学で使う距離：“[光年]、[AU]、[pc]”

宇宙では、皆さんが日常で使うよりもはるかに長い距離や、はるかに大きな大きさを扱います。ですから、普段良く使うような [cm] や、[m]、更には [km] といった単位を使って書いているととんでもなく大きな数字になってしまいます。もちろん、指数を使って表すと結構簡単に書けてしまうのは、前に算数について説明した所でも既に触れています。ですが、天文学特有の距離の単位を使う事で、やはり結構簡単に書くことができます。

まず、皆さんに一番馴染み深いと思われる、“**光年（[光年]）**” について説明します。この “光年” ですが、英単語で書くと “light year” となりますので、単位として書く場合には、この 2 つの単語の頭文字をとって [ly] 等と書くこともあります。これは、光が 1 年間で進む距離を単位としたものです。ですから 1 [光年] は、$(3 \times 10^8) \times (3.2 \times 10^7)$ を計算して、9.6×10^{15} [m] であることが分かります[16]。地球に最も近い太陽以外の恒星系である、ケンタウルス座の α 星は、地球から約 4[光年] 離れていると言われています。もしこの距離の単位を [m] に直したい時には、$4 \times (3 \times 10^8) \times (3.2 \times 10^7)$ を計算すればよく、その結果 3.84×10^{16} [m] となることがわかります。

次に、“**天文単位（[AU]）**” について説明します。これは、太陽と地球の間の距離を基準にした単位で、天文学で太陽系くらいの大きさの現象や天体を扱う時によく使われます。ですから、1 [AU] は約 1.5×10^{11} [m] となります[17]。この単位を使うと、例えば太陽から木星までの距離：約 7.8×10^{11} [m] を約 5.3 [AU] と表す事ができます[18]。

最後に、“**パーセク（[pc]）**” の説明をしておきます。これも、太陽と地球の距離と関係した単位ですが、先ほど説明した天文単位とは大きさも定義も違います。ちなみに、太陽系よりも大きな現象や天体（例えば、

[16] より正確には、$9.4609 \cdots \times 10^{15}$ [m] となりますが、今回はそれほど正確な値は必要無いでしょう。むしろ、だいたい 10^{16} [m] と覚えておけば十分だと思います

[17] より正確には、1 [AU] = $1.496 \cdots \times 10^{11}$ [m] となるのですが、今の段階で細かい値まで知っておく必要はありません

[18] $(7.8 \times 10^{11}) \div (1.5 \times 10^{11}) = 5.3$ ですね。

星団など）を扱う時に良く使われます。これは、太陽からどれだけ離れたら、太陽と地球の間の間隔が $1''$ の大きさに見えるか、という距離になっています（図 8.5 参照）。

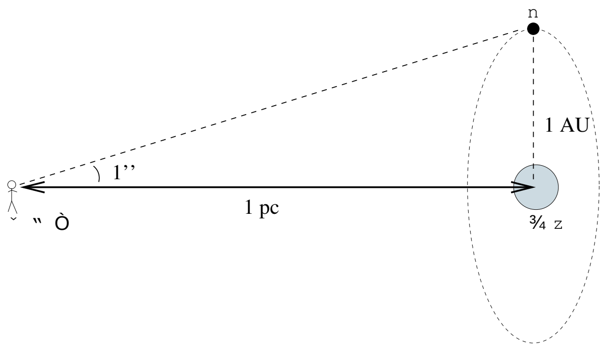

図 8.5: パーセクの測り方

例えば 1 [AU] の長さのある棒を用意して、それをどんどん遠くに遠ざけていった時、この棒が $1''$ の大きさに見える距離を単位（1 [pc]）にしたものです。少し前に説明した、三角関数を思い出してください。例えば、図 8.1 の角度が θ の大きさの角の所に我々がいると考えましょう。そして長さが b と書いてある辺に、長さが丁度 1 [AU] の棒が置いてあるとします。この時、長さが a と書いてある辺の長さが 1 [pc] となるのです。$\tan\theta = b/a$ ですから、もし a の値を知りたければ、$a = b \div \tan\theta$ を計算すれば良いだけです。さて、$1''$ という角度は非常に小さい角度なので、式 8.8 のような近似を使う事ができるので、結局 a の値は b/θ で計算できます。$1''$ は約 4.8×10^{-6} [rad] ですから、1 [pc] $= (1.5 \times 10^{11}) \div (4.8 \times 10^{-6}) = 3.125 \times 10^{16}$ [m] となります[19]が、ほとんどの場合は 3.1×10^{16} [m] として計算します。

一応ここまでの説明で、天文特有の単位を、良く知っている単位に直す事はできるはずです。ですが、もし長さの単位にあまりこだわらないのであれば、皆さんが “天文学者” の間は、最初から最後まで、ずっと [pc] だけを使ってみるのも良い練習になると思います。例えば、「10^7 [pc] の距離にある銀河が、10^{-4} [rad] の大きさで見えています。この時、この銀河の大きさは何 [pc] ですか？」という質問をされた時、いちいち単位を一度 [m] に直して計算をして、答えを今度は [pc] の単位に直して…、などということをするのではなく、「$10^7 \times 10^{-4} = 10^3$ だから、答えは 10^3 [pc]！」と答えてしまえば良いわけです。折角の機会ですから、天文特有の単位に慣れ親しんでみましょう！

[19] これも正確に求めると、3.086×10^{16} [m] となるそうですが、やはりここまで正確に知っておく必要は無いと思います。

[考えてみよう] もし、太陽–地球間の距離を [光年] を単位にして表すと、いくらになるでしょうか？
また、マゼラン雲までの距離（先ほどの “算数” の節の [考えてみよう] を参照）を [pc] を単位にして表してみるとどうなりますか？

[考えてみよう] 近年、太陽系外惑星の探す試みが精力的に行なわれています。もし太陽系にそっくりの惑星系（太陽に良く似た恒星のまわりを、地球に良く似た惑星が、恒星から 1 [AU] 離れて回っている）が、地球から 20 [pc] の距離にあった時、この太陽系にそっくりの惑星系の中の太陽に良く似た恒星と地球に良く似た惑星は、角度にして約何秒離れて見えるか計算してみましょう。距離の単位を [m] 等に直さないで、計算してみましょう。
同じように、この恒星と惑星の間の距離が 20 [AU] 離れていた場合、角度にして何秒離れて見えるでしょうか？

8.4.5 “等級：[magnitude]、[mag.]”

「今更？」と思うかもしれませんが、ここで “**等級**” の説明をしておきます（“絶対等級” という言葉の意味等といった単位以外の説明は、テキストの「等級」の部分を読んでください）。この単位は、天体の明るさを表す単位で他の単位と同じように、〜[等級] と使ったり、あるいは、等級を意味する英単語の “magnitude” からきている略称の [mag.] という使い方をしたりします。

もちろん、明るさというからには、その天体がどのくらいの量の光を出しているのか（あるいは我々が受けとっているか）という単位になっています。ですが、どのくらいの量の光を出しているかを測るよりもむしろ、「ある天体に比べてその他の天体がどのくらい明るいか」を知るためにとても便利な単位になっています。良く使われる基準はこと座のベガで、ベガの明るさを 0 [mag.] として、その他の天体の明るさを表します。

しかし、「どのくらい明るいか」を示す示し方が少し独特で、「100 倍明るい天体は、等級で書くと 5 小さな数字になる」という事になっています。同じようにして、100 分の 1 の明るさしかない天体を等級で書くと 5 大きな数字になります。ですから、ベガよりも 100 倍明るい星の明るさは –5 [mag.] となりますし、ベガの 100 分の 1 の明るさしかない星の明るさは 5 [mag.]

となります。さて、等級を使う際に注意しなければならないのは、例えば 100 倍明るい天体の等級が 5 小さな数字になるからといって、200 倍明るい天体の等級が $5 \times 2 = 10$ 小さな数字にはならない事です。これは、等級の決め方が "算数" の節で説明した対数と関係しているからです。

ベガの出している光の量を F と書く事にして、f という光の量を出している星の明るさが、m [mag.] であったとすると、この m の値は、

$$m = 0 - 2.5 \times \log_{10}\left(\frac{f}{F}\right) \tag{8.9}$$

という式で求める事ができます（ここで、わざわざ 0 と書いているのは、比較している基準のベガの等級を意味しています）。また、別に f' という光の量を出していて、等級が m' [mag.] の星があったとすると、同じように

$$m' = 0 - 2.5 \times \log_{10}\left(\frac{f'}{F}\right) \tag{8.10}$$

という式で f' と m' が結びつけられています。この 2 つの式 8.9 と 8.10 の差を取って、次に対数の所で説明した式 8.5 を用いてゆくと、

$$\begin{aligned}
m - m' &= -2.5 \times \log_{10}\left(\frac{f}{F}\right) + 2.5 \times \log_{10}\left(\frac{f'}{F}\right) \\
&= -2.5 \times (\log_{10} f - \log_{10} F \\
&\quad - \log_{10} f' + \log_{10} F) \\
&= -2.5 \times (\log_{10} f - \log_{10} f') \\
&= -2.5 \times \log_{10}\left(\frac{f}{f'}\right)
\end{aligned}$$

となる。2 つの天体の明るさ、あるいは明るさの比が分かっている時に、一方が他方に比べてどれだけ等級が違うかを知るためには、明るさが何倍か（f/f'）をまず計算し、底を 10 として対数を計算し、更に -2.5 倍すれば良い。また、例えば 2 つの天体の等級、あるいは等級の差が分かっている時に、一方が他方の何倍明るいかを知りたければ、この式を逆に使えば良いのです。つまり、

$$\begin{aligned}
-2.5 \times \log_{10}(f/f') &= m - m' \\
\log_{10}(f/f') &= -0.4 \times (m - m') \\
f/f' &= 10^{-0.4(m-m')}
\end{aligned}$$

の式に従い、等級の差（$m - m'$）をまず求め、それを -0.4 倍した数だけ 10 をかければよいことになります。

天体の明るさを等級で表す時には、観測する光の波長等によって色々な基準があります。いつでもベガを 0 [mag.] にするわけではないので、注意してください。

[考えてみよう] 今、A という 12 [mag.] の明るさの恒星と、B という 2 [mag.] の明るさの恒星がありました。では、この A という恒星は、B という恒星の何倍明るいですか？あるいは何分の一の明るさですか？

[考えてみよう] 宇宙には、いつも同じ明るさではなく、明るくなったり暗くなったりする "変光星" という種類の星があります。今、ある C という変光星が突然 200 倍も明るくなったそうです。では、この C という変光星の等級は、明るくなる前と比べて何等級大きくなりましたか？あるいは小さくなりましたか？（ヒント：$\log_{10} 2$ の値は、算数の節の "対数" の部分にある [考えてみよう] の部分に書いてあります）
更に、この C という変光星の明るくなる前の等級が 8.1 [mag.] だったとすると、明るくなった時の等級はいくつだったでしょうか？

8.4.6 "オングストローム：[Å]"

この A にの上に小さな丸を書いて（[Å] と書いて）"**オングストローム**" と読む単位、実は長さの単位です。原子の大きさが 1 [Å] 程度といわれていますが、厳密には 1 [Å] = 10^{-10} [m] と定義されています。

もちろん、天体までの距離を表すのにこのような単位は使いませんが、観測をする時の光の波長等を示すのに使われる事があります。例えば、ジョンソンシステムというフィルターの種類の、*V*-バンドと呼ばれるバンドで観測できる光の波長は 5500 [Å] 付近です[20]。つまり、このフィルターで観測できるのは、波長が 5.5×10^{-7} [m] 付近の光ということになるわけです。

8.4.7 絶対温度–"ケルビン：[K]"

皆さんがよく、温度を表すのに使うのは [°C] と表す単位で、「（摂氏）〜度」と読むものです。ですが、宇宙を扱ったりする場合には、少し違った温度を使うことがあります。それが "**絶対温度（ゼッタイオンド）**" と呼ばれる温度で、[K]（ケルビン）という単位を使います。

ただし、皆さんが良く使う [°C] で表す温度を、絶対温度に直すのは簡単で、単純に 273 を足せば良い

[20] このあたりの波長は、人間の肉眼でも見る事のできる光です

のです。ですから、0 [°C] = 273 [K] となりますし、27 [°C] = 300 [K] となります。なお宇宙空間の温度は、3 [K] と言われていますが、これを良く使う摂氏で表すと、−270 [°C] という温度になり、宇宙の温度がとても低い事が分かると思います。

8.4.8 太陽を基準にした単位–“$M_\odot$、$R_\odot$、$L_\odot$”

単位の紹介の最後に、太陽を基準にしたものをいくつかあげておきます。我々の身近にある太陽の色々な量を基準にして、その他の天体の質量や大きさ、光度（単位時間あたりに放出する光のエネルギー量）を表すと便利な事があります。ですから、太陽の質量（$M_\odot$）、太陽の半径（$R_\odot$）、そして太陽の光度（$L_\odot$）を単位にして、その何倍という書き方をします。また、それぞれの印の右下に小さくついている $\odot$ という印は、太陽を意味しています[21]。

なお、それぞれの具体的な値は、

$$\begin{aligned} M_\odot &= 1.99 \times 10^{30}\ [\mathrm{kg}] \\ R_\odot &= 6.96 \times 10^{8}\ [\mathrm{m}] \\ L_\odot &= 3.85 \times 10^{26}\ [\mathrm{W}] \end{aligned}$$

となっています[22]。

[**考えてみよう**] 我々の銀河中心には、約 10^{37} [kg] もの質量のあるブラックホールがあると言われています。ではこのブラックホールの質量は太陽何個分と同じくらいですか？折角ですから、$M_\odot$ を使って書いてみましょう。

8.5 スケール

先ほどの節では、さまざまな単位を紹介してきました。しかし、それでも不便な事がたまにあります。そこである一定の決まりで、新しい単位を作ると便利な事があります。この決まりに従って作った単位ならどんなものでも良く使う、というわけではありませんが、前の節にも出てこなかった単位を見た時、この節を見ると手助けになるかもしれません。

さて、その “決まり” というのは実に簡単で、ある単位の 10^3 倍の単位は元の単位の頭に “**k（キロ）**” を、ある単位の 10^6 倍の単位は元の単位の頭に “**M（メガ）**” を、更にある単位の 10^9 倍の単位は元の単位の頭に “**G（ギガ）**” をつけるだけなのです。実は皆さん、こういう単位を良く知っているはずです。例えば距離の単位の [km]（**キロ**メートル）ですが、これは一段階小さな距離の単位の [m]（メートル）の千倍の単位になっていますよね？また、「コンピューターについてるハードディスクの容量が 20 **ギガ**バイト」などと言ったりしますが、これは 1 バイトという単位の 10^9 の大きさの単位で測った時に 20 という大きさと同じですよ（つまり、20×10^9 バイト）と言う事です。

また小さい方にも決まりがあります。ある単位の 10^3 分の 1 の単位は元の単位の頭に “**m（ミリ）**” を、ある単位の 10^6 分の 1 の単位は元の単位の頭に “μ **（マイクロ）**” を、更にある単位の 10^9 分の 1 の単位は元の単位の頭に “**n（ナノ）**” をつけるだけなのです。これも皆さん、何度も目にしているはずです。例えば距離の単位の [mm]（**ミリ**メートル）ですが、これは [m] という基準の単位と比べて千分の一の単位になっていますよね？あるいは最近良く耳にするようになった「**ナノ**テクノロジー」という言葉の “ナノ” は、取り扱う大きさが [nm]（**ナノ**メートル）[23]程度である事からこう呼ばれています。

最後に、距離の単位として紹介した [pc] ですが、ここで紹介した決まりでどんどん大きくしていくと、結構便利な目安になるので紹介しておきます。

1 [pc]〜10 [pc]：銀河の中の恒星同士の距離

1 [kpc]〜10 [kpc]：銀河の大きさ

1 [Mpc]〜10 [Mpc]：銀河同士の距離

1 [Gpc]〜10 [Gpc]：宇宙全体の大きさ

あくまで目安なので、必ずこのくらいの範囲に収まっているというわけではありません。

[**考えてみよう**] ある銀河までの距離を測ると、500 [Mpc] という結果が出ました。では、この銀河までの距離をメートルに直すと、何 [m] になるのでしょうか？

[**考えてみよう**] ジョンソンシステムのフィルターの種類の中の R-バンドで観測できる光の波長は、700 [nm] 付近です。この波長を [Å] を単位にして書き直してましょう。

[21] 地球を単位にする時は $\oplus$ という印を用いて、例えば質量を $M_\oplus$ と書いたりします。

[22] なお、$M_\oplus = 5.97 \times 10^{24}$ [kg]、$R_\oplus = 6.38 \times 10^{6}$ [m] です。

[23] 1 [nm] = 10^{-9} [m]（百万分の一ミリメートル）という、とても小さな大きさです。

8.6　有効数字

みなさん、観測や測定などをした結果を使って、色々な計算をすることになるかもしれません。ところで、出てくる結果も色々でしょうから、例えば割り算をするときに割り切れるときばかりではないと思います。だからといって、そんな時に小数点以下どこまでもどこまでも計算していては、当然計算は終りませんし、先にも進めません。また円周率 π は、いつまでたっても終りが無く、分数でも表せない数で、実際には $3.14159265\cdots$ という数字ですが、これを小数点以下何十桁も計算に使う事は普通ありません。かといって、3 として計算したのでは、答と現実に開きがあります。そこで "**有効数字**" という考え方を知っておきましょう。これを知っておけば、必要の無い計算で余計な時間を使ってしまう事も、電卓等で計算した結果の小数点以下の数字を全部書き移して疲れる事もなくなるはずです。

例えば、ある長さのロープを何等分かにする時を考えてみましょう。物差しで長さを測ったりする時には、一番小さな目盛の更に十分の一の長さまで目分量で（つまり、目で適当に）測ります。普通の物差しでは 1 [mm] まで目盛がついていますから、その十分の一まで測ったところ、長さは 342.79 [cm] だったとしましょう。これを３人で等分したいので、計算してみると、$114.26333\cdots$ となってしまい割り切れません。

さてここで冷静に考えてみると、先ほど測った数字の 342.79 のうちの最後の 9 という数字は、目分量で測ったのですから、そもそもこの数字の値は正確でないかもしれない、つまり "怪しい" のです。そしてこの時、342.79 の中で正確な数字は最初の４つです。このような場合、「最初から４つの数字は正しい」という意味で、「有効数字は４桁である」と言います。ただし、実際に有効数字を考えて数字を書く時には、もう有効数字の更に一つ下の位の数字（本当は "怪しい" 数字）を四捨五入して、有効数字の桁数にして書きます。ですから、今考えている長さは有効数字を考えて書くとまず 342.8 と言う事になります。

ところで、数字を書くたびに「この数字の有効数字は〜桁」等と注意書きをするのは、とても面倒です。そこで小数点をうまく利用して、有効数字のうち最初の１つを小数点の前に、残りを小数点の後に書くようにすれば、その数字を見ただけで自然と有効数字が何桁なのかがわかります。さて、342.8 ですが、このまま小数点を移動して 3.428 [cm] などと書いてしまうと２桁も違う大きさの数字になってしまいます。そこで活躍するのが、算数の節で説明した指数です。3.428 [cm] と書けば誤りですが、指数を上手に使って 3.428×10^2 [cm] と書いてしまえば数字の大きさは正しいままなので、問題ありません[24]。

次に割り算を計算します。この時、指数を使って書いてある 10^2 の部分はとりあえず無視しておきます。そして、$3.428 \div 3$ を計算すると、$1.142666\cdots$ となります。やはり割り切れないのですが、もともとの有効数字が４桁であった事を思い出してください。有効数字の一番最後の数字である 8 は、もともと更にその下の "怪しい" 数字を四捨五入して繰り上げられて出てきた数字です。つまり、有効数字の一番最後の数字は "少し怪しい" のです。ですから、割り算をしていく時に、有効数字の一番最後の数字を計算して出てきた結果の $1.142666\cdots$ の中の左から４番目の 2 という数字、これは "少し怪しい" 事になります[25]。そうなってくると、更にその後の数字は "少し怪しい" 数字を割って出てきた余りを更に割って計算した値なのですから、信用できなくなってしまいます。そこで、"少し怪しい" 数字までの桁数、つまり元々の有効数字と同じ桁数の数字までは信じる事にして、その下の位を四捨五入して計算結果を表します。結局、今考えているような場合に、結果として答えるべき数字は（先ほど棚にあげていた指数の部分を思い出して）、1.143×10^2 [cm] という事になります。

ちなみに、有効数字を考えなければいけない数字同士の計算の場合（例えば、長方形の２辺の長さを測って面積を求めるような場合）でも、結果として答えるべき数字は、いくつもある数字のうち、一番有効数字の桁数の少ないものにあわせて数字を書けば、それがきちんと有効数字を考えて計算した場合に書くべき数字と同じになっているはずです。また、円周率のようにかなり小さな桁数まで分かっている数字を使って計算する場合、その計算に使う数字のうち最も有効数字の桁数が小さいものと同じか桁数だけ使えば十分で

[24] もし 12.53 [g] という重さを有効数字３桁で、しかも単位を [kg] で書きたい時には、1.25×10^{-2} [kg] と書くことになります。また、有効数字を意識して書いている時に、8.7 という数字と、8.70 という数字の持つ意味は違います。「単に、最後に 0 が付いているだけで全く同じ数字だ」と思うかもしれませんが、8.7 は有効数字が２桁ですが、8.70 は有効数字が３桁なので、有効数字の桁数が異なります。つまり、一見意味の無いように見える 0 にもちゃんと意味があるのです。特に、有効数字を使って計算する時に、このことは大事になってきます。

[25] $3.428 \div 3$ を計算する時には、まず $3 \div 3 = 1$、その下の桁は $4 \div 3 = 1$ 余り 1 なので 1、次に余りの 1 を考えに入れるてその下の桁を計算すると $12 \div 3 = 4$ となっていきます。つまり、答のうち 1.14 は正しい数字を計算して出てきた数字なので正しいわけです。最後の 8 に関しては、$8 \div 3 = 2.666\cdots$ となりますが、もし正確に $7\cdots$ だとしても、$7 \div 3 = 2.333\cdots$ となるので、$1.142666\cdots$ の 2 という数字は、あながち間違いでもない値です。

す。例えば、直径 5.7 [cm] の円の円周と同じ長さのロープを作るために円周を計算するのであれば、円周率を 3.1 として計算すれば良い、あるいはそれ以上の桁数を使って計算しても意味が無いという事です。

[**考えてみよう**] 太陽は $L_\odot$ の光度で輝いています。では、太陽がもし生まれてから現在までの間、この光度で輝き続けていたとすると、これまでに何 [J] のエネルギーを放出したことになりますか？有効数字を意識して計算してみましょう。ただし太陽の現在の年齢を秒の単位で書くと、1.578×10^{17} [s] であるとします。また太陽の光度としては、単位の節であげた具体的な値が有効数字をきちんと考慮した値と考えて用いてください。

8.7 最後に

色々と難しそうな事を書いてきたかもしれませんが、「やっぱり分からない」という方は、“天文学者” になってから、グループのリーダーなどに教えてもらうのも良いかもしれません。きっと、丁寧に教えてくれると思います。

【執筆：米原 厚憲】