確率判断の認知心理（1）

小　林　厚　子*

Cognitive Psychology about Jugdement Under Uncertainty (1)

Atsuko KOBAYASHI

Psychology of judgement under uncertainty has long been studied by many psychologists. The three prisoner problem in particular has been studied as a typical tool to analyse the relationship between intuitive concept of probability and mathematical probability.

We will find that the three-prisoner problem is somewhat too complicated to be answered intuitively. It is therefore not a suitable problem for studying how our intuitive judgement under uncertainty differs from theoretical probability.

The theoretical, not subjective, probability is calculated using Bayes' Theorem in probability theory. It is difficult to reach such a high level of understanding without any assistance. However it can be understood naturally if one remembers that the concept of probability is based on relative frequency of a given outcome in uncertain phenomena, which can be visulized in a thought experiment involving a certain number of trials. One can find and understand the theoretical probability naturally by visualizing a certain number of trials and thinking about how many of them lead to a particular outcome. This conclusion is also valid for the modified three-prisoner problem discussed by Shimojo and Ichikawa (Shimojo & Ichikawa, 1989) which is more difficult in general than the usual three prisoner problem.

1　はじめに

自然界にも人間社会にも必然的な現象とともに多くの偶然的な現象が私達をとりまいている。人は日常生活における偶然的な出来事に対して、常に一定の判断を下して行動している。不確実な状況を前にして何らかの意思決定、すなわち確率判断を迫られる場合が多い。

各個人によって確率判断は異なる場合も多いが、それは各個人によって異なる確率概念、すなわち主観的確率をもとにしているからである。

各個人がどのような主観的確率を持つとしてもそれは自由であるが、主観的確率に基づく確率判断によって行動したことにより、失敗したり予期せぬ結果になり困惑することも多い。

*Atsuko KOBAYASHI　福祉心理学科（Department of Social Work and Psychology）

人々は実際の確率判断とその結果を対比して主観的確率をより客観的なものにしていくのが一般的である。即ち学習によって確率判断をより有効な判断に進化させていくのである。

一方、何の規則性もないように見える偶然現象にも一定の規則性がある。不規則性の中にもいろいろな形の法則が見つかっている。偶然現象に見つかるいくつかの法則をまとめて扱う分野が確率についての分野である。

確率の学習は日常生活における確率判断に役立つのは当然であるために、小学校、中学校,高等学校でも教育内容に含まれている。しかし学校での確率の学習が適切でないと、日常生活での不確実な状況における確率判断に学んだことが生かせないことが多い。

日常生活における確率判断はいろいろなバイアスや錯誤を含んでいるのがふつうである。どうしてそのようなバイアスがたくさん生じるのかについてはいろいろな研究がなされてきた。それを克服するための「確率判断の学習可能性」についても研究がなされてきた。しかし従来の「学習の可能性」については単に「視点をきちんと取るようにする」とかの便法に陥りやすいものがほとんどであった。本研究では、このような便法ではなく、確率の概念そのものに戻ることによって容易に学習効果が表れる可能性について検討することを目的とした。

2　「３囚人問題」について

確率判断のむずかしい問題にはいろいろあるが、直感的な判断, すなわち主観的確率と規範解すなわち計算によって求めた確率とが異なり、その差異がなかなか納得できない問題として有名な問題が「３囚人問題」である。

1950年頃から知られていた問題であり、1970頃から今日まで心理学の分野とりわけ認知心理学の研究として多くの研究が行われてきた。専門の雑誌だけでなく一般の人が読める書籍としてもいくつか出版されている。

３囚人問題の表現はいろいろあり微妙に異なる場合があるが、一般的には次のように述べられる。

「A、B、Cの３人の囚人が死刑になることが確定している。このうち一人が恩赦になり釈放されることになった。だれが釈放されるかを知っている看守に対して、囚人のAが、「BかCのいずれかは必ず処刑されるのだから処刑される一人を教えてくれても構わないだろう。教えてくれよ」と頼んだ。看守は「Bは処刑される」と教えてくれた。

囚人Aは、「もともとは釈放される確率が$\frac{1}{3}$であったが、いまは釈放されるのは自分かCだけになったので釈放される確率は$\frac{1}{2}$に増えた」と喜んだというがこれは妥当な考えであろうか？」というものである。

多くの人にアンケートを実施すると囚人Aのように考える人が多いことが知られている。

もう一つは「BかCが処刑されるのは確実なのだから、Bが処刑されると聞いても確率に影響はないはずであるから依然としてAが釈放される確率は$\frac{1}{3}$である」という答えが次に多い。

これに対して十分合理的といわれる「規範解」は次のように求められる。

$$\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times 0+\frac{1}{3}\times 1}=\frac{1}{3} \qquad (1)$$

この考え方は、看守が「Bが処刑される」と告げる確率をいろいろな場合をすべて考えて加え、その中で「Aが恩赦になる」場合の確率を考えて計算し、「Bが処刑される」と看守が告げたという条件の下での、Aの釈放される確率を求めているのである。この規範解を紹介された後でも、はじめに$\frac{1}{2}$と思いこんだ人は納得が

いかない場合が多い。

直感的あるいは主観的に考えた確率が規範解と一致しないのはなぜか？　規範解を知らされた後でも納得できないのはなぜかという研究が認知心理学の研究分野で行われてきた。たとえば日本認知科学会において、1980年から1990年はじめまで多くの学会発表やシンポジウムで取り上げられた。

上記の規範解は、数学の確率論での「ベイズの定理」を使ったことになっている。

$\boxed{B}$を「看守がＢが処刑されるという」事象とし、Ａ、Ｂ、Ｃ、はそれぞれが恩赦になる事象を表すとすると、「ベイズの定理」を今の場合に書き表せば次のようになる。

$$P(A|\boxed{B}) = \frac{P(A)\cdot P(\boxed{B}|A)}{P(A)\cdot P(\boxed{B}|A)+P(B)\cdot P(\boxed{B}|B)+P(C)\cdot P(\boxed{B}|C)} \quad (2)$$

この規範解は少し複雑なので、普通に「３囚人問題」を与えたときなかなか出てこない。

しかしその結果を聞いてみると、「結局Ｂ、Ｃのいずれかが処刑されるのでどちらが処刑されるという情報を聞いても確率は変わらなかったのか」と思いがちである。

ところが実はこの解釈は間違っていることが次のような「変形３囚人問題」を考えてみるとはっきりする。この問題は下条と市川（1989）によって研究されている。

変形３囚人問題は普通の囚人問題の「Ａ、Ｂ、Ｃそれぞれが釈放される確率が$\frac{1}{3}$というところを、「Ａ、Ｂが釈放される確率がそれぞれ$\frac{1}{4}$であり、Ｃが釈放される確率が$\frac{1}{2}$である」とした点である。

「Ｂ、Ｃどちらかが釈放されるのは確実であるから、Ｂが釈放されることを知らされてもＡが釈放される確率は変化がなく$\frac{1}{3}$である」とすると規範解と一致しないのである。

この場合の規範解を求めてみると次のようになる。

$$\frac{\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times 0+\frac{1}{2}\times 1} = \frac{1}{5} \quad (3)$$

処刑される候補者が一人減ったにもかかわらず、Ａが恩赦になる確率は小さくなってしまうという結果になる。普通の「３囚人問題」については、規範解を知って間違った理解のもとに納得した人も、この「変形３囚人問題」の規範解についてはどうしても納得できないという場合がほとんどである。

ベイズの定理に対応する規範解の計算は理解できたとしても、それを納得することができないというのはなぜかについても、いろいろな研究が行われている。さらに規範解を図を使って説明することによって納得できるようにするという試みも行われている。

たとえば市川伸一は「ルーレット表現」を提起しているが、特別な表現を考えなくても普通におこなわれている長方形（正方形）が有効である。

3　研究の目的

偶然現象に関する問題が与えられたとき、人々はまずは直感的に考え、主観的確率を考える。しかしそれは往往にして「間違っている」。しかしこのような「間違っている」というのは何を基準に主張されるのか？

やさしい例で、サイコロを投げて６の目が出る確率を考えるとき、$\frac{1}{6}$という答えが多い。しかし、「６の目が出るかでないかであるから$\frac{1}{2}$である」という人がいたときその人の主観的確率を「間違っている」と判断する客観的根拠は何にあるのだろうか？

$\frac{1}{6}$が規範解であるとする根拠は、数学の理論

や確率論にあるのではない。確率の値を客観的に規定しているのは、「多数回の試行における６の目が出る相対頻度」に他ならない。これは多数の実験によって実際に確かめることができる。だれがいつ実験しても同じ結果が得られる。もちろん多数回の実験における６の目が出る回数そのものは一定ではないが、投げる回数を多くしていけば相対頻度は次第に$\frac{1}{6}$に安定していくことが客観的に確かめられる。

認知心理学において「３囚人問題」を扱うときも、規範解との比較検討を行うならば、規範解の「確率」は多数回の試行における相対頻度をもとにして考える以外に方法はありえない。従来の研究の視点ではこの大事な点がまったくといっていいほど考慮されていない。

「３囚人問題」のように少し複雑な問題を一般の人に問う場合には、確率というのが、「多数回の試行におけるある事柄の生起する相対頻度の安定していく値である」ことを思い出せるようにしておかなければならないのは、余りにも当然のことである。確率の概念について整理できていない段階で「３囚人問題」を与えて、「規範解と異なるのはなぜか」と研究しても無駄であろう。

「規範解の計算は理解できるが結果は納得できない」というのも、確率について相対頻度を基礎に客観的な値として求めた値が規範解であること明確にすれば、自然に納得できることを実証したい。

「３囚人問題」を視覚的・図形的にわかりやすくすることに異論はないが、その前に大事なことが抜け落ちている。単に図で説明して納得させるというのは邪道である。それでは真に「３囚人問題」を理解したことにはならない。

「規範解における確率概念とは何か」を明らかにすれば自然になっとくできることを立証したい。その上でよりわかりやすい図的表現を試みることは理解を深めるために有効であるが、何もここで新しい図式を発案する必要はない。

確率の値を見やすくするために、正方形や長方形の面積で表すことは古くから行われているし、中学校や高等学校の教科書でも扱われているれている。その図をここでも使えばよいのである。教科書にあるような図を使って「３囚人問題は」さらにすっきりと納得できるできるようになることを示したい。

4　方法

２つのアンケート用紙を用意した。 別添に示してあるように、「確率判断についてのアンケート（A）」は従来の「３囚人問題」と同じように確率の概念については何らの説明もつけ加えずに問う問題である。ただし、Aが釈放されるとき、B、Cのどちらを告げるかについてまったく言及しない場合もあるが、本来そのような問いは問題としての適格性を欠いていると考えられるので「B、Cのどちらを告げるかは確率$\frac{1}{2}$である」ことを明記している。

もう一つは別添に示してあるように、「確率判断についてのアンケート（B）」である。ここには最初に確率の概念の客観的な基礎となる「多数回の試行における相対度数」ということをサイコロの例を取って説明している。

さらに、具体的な「３囚人問題」を考えるときのヒントとして、「300回実験したとして考えてみよ」「400回実験したとして考えてみよ」というヒントを入れてある。

5　結果と考察

被験者は都内の大学生である。文科系学部で学ぶ１年生に依頼した結果である。新課程と旧過程で学んだ学生が約半々であり、旧課程で学んできた学生は確率についてはほとんど学んできていない。新課程で学んできた学生は基礎的

な確率の学習はしているが、ベイズの定理を使うような問題はほとんどやったことがない。ともに、ほとんどが入学試験で数学を選択していないし、確率が入試の範囲にも入っていない。アンケートＡとＢは別の大学生にたいして行った。

アンケートＡの被験者数は142人である。

表 1: アンケート A の [1] の答え

確率の値	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	その他
回答者数	20	108	14
回答者数の割合	0.14	0.76	0.10

多くの人の実験結果と同様に、「Ｂは処刑されるよ」と聞いたことによって恩赦になるのはＡかＣの場合となったので$\frac{1}{2}$と答える人が76%もいることがわかる。

規範解である$\frac{1}{2}$と答えた人は14%にすぎない。規範解を選択した人でも選択の理由は、「Ｂ、Ｃいずれかが処刑されることは確実なのであるからその情報を聞いたところで確率に変化はない」と考える場合が多い。それは変形３囚人問題の結果からもわかる。

表 2: アンケート A の [2] の答え

確率の値	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	その他
回答者数	1	28	101	6	6
割合	0.01	0.20	0.71	0.04	0.04

変形３囚人問題については、規範解である$\frac{1}{5}$と答えた人は、142人中たった一人（0.01%）であった。101人（71%）の人が$\frac{1}{3}$と答えている。

この答えは、「Ｂが処刑されるよ」と聞いたことにより、恩赦になるのは「ＡかＣ」であるとし、ＡとＣが恩赦になるのは１対２の割合であることから選んでいることによる。

表 3: A の [1](横) と [2](縦) の回答者数

	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	その他
$\frac{1}{5}$	0(0.00)	1(0.01)	0(0.00)
$\frac{1}{4}$	18(0.13)	8(0.06)	2(0.01)
$\frac{1}{3}$	1(0.01)	92(0.65)	8(0.06)
$\frac{1}{2}$	1(0.01)	4(0.03)	1(0.01)
その他	0(0.00)	3(0.02)	2(0.02)

ふつうの３囚人問題と、変形３囚人問題の両方の回答を調べてみると、$\frac{1}{2}$と$\frac{1}{3}$とする、“常識的な”回答が65%もいることがわかる。残った条件の中での確率だけを考えるのがふつうで、残った条件の中がいくつかに分かれていて、それぞれの起こる確率が異なるところまでは普通は考えつかないことを示している。

［１］で$\frac{1}{3}$と答えた20人の内、18人が［２］で$\frac{1}{2}$としている。やはり同じ考えで、「Ｂが処刑されるよ」と聞いてもＡが恩赦になる確率には変化がないと思っていることがわかる。

アンケートＢの被験者数は231人である。

表 4: アンケート B の [1] の答え

確率の値	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	その他
回答者数	148	43	40
割合	0.64	0.19	0.17

確率の値を考えるのに多数回の試行を例にとって考えるとよいというヒントを与えたことによって、ふつうの囚人問題に対する規範解といわれる$\frac{1}{3}$を回答したのは64%にまで高まっている。

その他を選んでいる人のほとんどが、「Ｂが処刑されるよと聞いた中でのＡが恩赦になる」場合を、50回でなく100回とする間違いである。「聞いた中での」という条件がはっきりしない

場合が多い。

具体的に300回としてみるとよいというヒントを拒否して $\frac{1}{2}$ を選んでいる人が19%いる。

表 5: アンケート B の [2] の答え

確率の値	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	その他
回答者数	130	13	35	12	41
割合	0.56	0.06	0.15	0.05	0.18

むずかしいといわれる変形３囚人問題についても、「具体的に400回カードを引いたとして考えてみるとよい」というヒントを活用して、半数以上の56%もの人が規範解といわれる $\frac{1}{5}$ を選んでいる。

この場合には、「Ｂは処刑されるよ」と聞いたことによって、Ｂが恩赦になる可能性が全くなくなったために、Ｃが恩赦になる可能性がますます高くなり、Ａが恩赦になる確率は $\frac{1}{4}$ から $\frac{1}{5}$ に減ってしまうことはごく自然に理解される。

その他を選んだ18%の人は、「Ｂは処刑されるよと聞いた中でのＡが恩赦になる回数」がよくわからなかった人が多く、100回としている人が多い。

$\frac{1}{3}$ と回答しているのは、400回の試行を考えるとよいというヒントに抵抗して自分で考えた結果である。

表 6: B の [1](横) と [2](縦) の回答者数

	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	その他
$\frac{1}{5}$	116(0.50)	7(0.03)	7(0.03)
$\frac{1}{4}$	8(0.03)	3(0.01)	2(0.01)
$\frac{1}{3}$	8(0.03)	23(0.10)	4(0.02)
$\frac{1}{2}$	2(0.01)	6(0.03)	4(0.02)
その他	14(0.06)	4(0.02)	23(0.10)

普通の３囚人問題と変形３囚人問題の両方において規範解と一致したのは50%になっている。半数の人は300回、400回という多数回の試行を想定することにより、規範解が得られるようになることを示している。

両方の問題に対して、多数回で考えることをしなかった人が10%いることがわかる。

普通の問題に対する 回答Ａの結果と、確率が相対頻度であり、回数を多くしてみるとよいというヒントをつけた場合の回答Ｂの結果の比較をしてみると次の結果が得られる。

確率を考えるとき、「多数回の試行を考えるとよい」というヒントを与えることにより、普通の３囚人問題については、規範解を回答する割合が、0.14から0.64に高くなっている。“常識的な回答”である $\frac{1}{2}$ とする回答は0.76から0.19に減少している。

表 7: A と B の 回答者数の割合の比較

		A	B
[1]	$\frac{1}{3}$	0.14	0.64
	$\frac{1}{2}$	0.76	0.19
	その他	0.10	0.17
[2]	$\frac{1}{5}$	0.01	0.56
	$\frac{1}{4}$	0.20	0.06
	$\frac{1}{3}$	0.71	0.15
	$\frac{1}{2}$	0.04	0.05
	その他	0.04	0.18

変形３囚人問題については、規範解を解答する割合が、0.01から0.56に急上昇している。逆に、“常識的な回答”である $\frac{1}{3}$ を選ぶのは、0.71から0.15に急減少している。

これだけはっきりした差があるので、検定をする必要もないほどであるが、規範解を回答する割合が、アンケートＡとアンケートＢで差があるかどうか検定しておく。

はじめに［１］の問題の規範解について、Ａ

とＢで差があるか検定する。

$$z=\frac{\frac{148}{231}-\frac{20}{142}}{\sqrt{\frac{168}{373}\times\left(1-\frac{168}{373}\right)\times\left(\frac{1}{142}+\frac{1}{231}\right)}}=9.38$$

この値は$z_{0.001}=3.0$より大きいので、99.9%の有意水準で差があることがわかる。

［２］の問題の規範解についても、ＡとＢで差があるかを検定する。

$$z=\frac{\frac{13}{231}-\frac{1}{142}}{\sqrt{\frac{131}{373}\times\left(1-\frac{131}{373}\right)\times\left(\frac{1}{142}+\frac{1}{231}\right)}}=10.92$$

この場合もこの値が$z_{0.001}=3.0$より大きいので、99.9%の有意水準で差があることがわかる。

６　結論

３囚人問題のように、規範解を得るのに、ベイズの定理に相当する少し複雑な計算を必要とするような確率の問題に対して、何の準備もヒントもなければ規範解を得ることはほとんど不可能に近いことがわかる。

しかし一方で、確率の値が客観的な値としての意味を持つためには、ある事象の確率は多数回の実験におけるその事象の起こる相対頻度の値が近づいていく値として定まるという事実を思い起こさせること。さらに具体的には300回とか400回という多数回での状況を考えることによって、かなり容易に規範解に達することが可能であることがわかった。

規範解を理解するのには、何も確率論におけるベイズの定理を理解して適用する必要は全くない。普通の３囚人問題の規範解が$\frac{1}{3}$であり、変形３囚人問題についての規範解が$\frac{1}{5}$であるというのは、これらの確率が数学の１分野である確率論におけるベイズの定理を適用することによって得られるからではない。

確率についての意味、具体的に多数回の試行を想定して考えることをせず、機械的にベイズの定理を適用して規範解を得たとしても、「ベイズ解を教えられて理論的に理解できたあとでも、直感的には納得がいかないという被験者がほとんどである」（市川伸一認知心理学４東京大学出版会74頁）というのはあまりにも当然である。

ベイズの定理を形式的に適用しただけでは客観的な確率の意味がわかるはずがない。直感的にも納得するためには具体的に多数回の試行を想定する以外に方法はない。

確率の値が多くの人が認める客観的な値となるためには、多数回の試行における相対頻度の値でなくてはならないという事実から由来しているのである。

確率論におけるベイズの定理が有効であるのは、ベイズの定理がこのような状況をきわめてうまく反映しているからに他ならない。

従って、ベイズの定理を適用するときにも確率の値を相対頻度の安定していく値として考えるのでなければ意味がない。

「３囚人問題は、数学的な解答を聞いて、それが論理的に正しいことは理解できても、直感的には納得しがたいという意味で相当の難問の部類に属する。それは、事後確率の変化のしかたについて、人間のもつ根強い信念のためだろうと考えられる。」「『なぜ、私たちの直感は数学的な解と一致しないのか』と、直感のメカニズムのほうを調べてみたくなるのが、心理屋の方向である。」（市川伸一 考えることの科学中公新書107頁）という。

確かに３囚人の問題はやさしくはない。しかしその理由は「直感的に納得しがたい」からではなく、対象とする事象をいくつかに分類して

考え、最後に再び総合しなければならないという複雑な思考の過程が必要だからである。「直感的になっとくしがたい」という問題は、確率本来の意味である多数回の試行を想定することにより容易に乗り越えることができる。

３囚人の問題は複雑であるために、多少の計算（たとえ具体的な多数回を想定したとしても）をしないで確率の値が求まるような問題ではない。すなわち「直感的に求める」などということは不可能な問題である。

もし、「直感的に求めた」という人がいれば、事態の複雑さを考えずに表面だけを見て考え、しかも確率とは何かを予備知識として与えられていない段階で考えただけにすぎない。

そのような「直感」が複雑な計算を要する問題の解と一致しないからといって、「直感のメカニズムを調べる」というのは成果が得られるとは思われない。

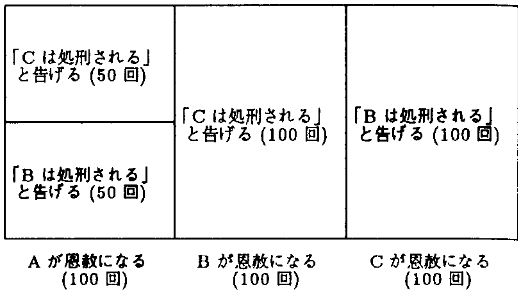
また、市川は「ベイズ的な確率推定問題を理解する一つの方法は、もとの問題と数学的に同形の構造をもつ視覚的・図形的な表現（同形的図形表現　isomorphic schematic representation）をモデルとして用いることである。」（認知心理学を知る144頁）として、“ルーレット表現”を提起している。

数学のいろいろな概念を視覚的・図形的に表現することはきわめて有効であることは当然である。

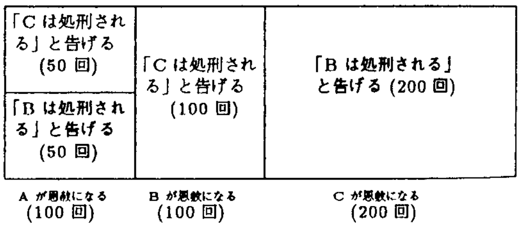
確率の値を図示するのに、中学校や高等学校では、正方形や長方形の面積を利用する方法が一般的である。

３囚人問題についてもそのまま使ってみればよい。確率そのものでなく、多数回の試行におけるそれぞれ事象の起こる回数でも同じ事である。一般には相対頻度という割合（内包量）を直接扱うよりは、回数（外延量）を扱う方がやさしい。

普通の３囚人問題の図示



変形３囚人問題の図示.



このような図をヒントとして与えれば、ほとんど全員が規範解に到達し、その解を十分納得して受け入れるであろう。

７　今後の研究

主観的な確率を各自がどのように考えようがまったく自由である。３囚人問題についても、「Bは処刑されるよ」と聞いたとき、「Aが恩赦になる確率」を$\frac{1}{2}$とする考えをどういう論理で「規範解でない」とするのであろうか？

主観的な確率を考えるのであれば、$\frac{1}{2}$とするのが合理的でないとする理由はない。主観的確率を考えるとしながら、ベイズの定理と合致する$\frac{1}{3}$が合理的な解であるとするのは間違っている。主観的確率で考える限り$\frac{1}{2}$も十分合理的なのである。

従って、ベイズの定理に合う確率を規範解と呼ぶ以上、確率の概念としては客観的に定まる、相対頻度をもとにした概念を考えるしかないのである。

３四人問題のほかにも、確率に関連した多くの問題が認知心理学の分野で研究されてきている。

今後、タクシー問題、感染者問題、などベイズの定理と関連した「事前確率」「事後確率」が扱われる問題についてもこの小論と同じ事がいえることを実証していかなければならない。

さらに広く、ベイズの定理と関係しない確率の問題についても、おちいりやすい間違いは確率の概念がそなわっていないことから生じることを示していきたい。

〈参考文献〉

1. Falk, R. 1992 A closer look at the probabilities of the notorious three prisoners. Cognition, 43, 197-223。
2. Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. Eds, 1982 Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases. Cambridge University Press。
3. Shimojo, S. & Ichikawa, S. 1989 Intuitive reasoning about probability: Theoretical and experimental analyses of the “problem of three prisoners”. Cognition, 32, 1-24.
4. 市川伸一・伊東裕司 編著「認知心理学を知る」1993 おうふう
5. 岩波講座 認知科学８「思考」1996 岩波書店
6. 市川伸一 編「認知科学４」1996 東京大学出版会
7. 市川伸一 著「考えることの科学」－推論の認知心理学への招待 1997 中公新書 中央公論社
8. 佐伯胖 認知科学の方法（認知科学選書10)）1986 東京大学出版会
9. 日本認知科学会 編「認知科学の発展」 1988 講談社サイエンフィフィック

確率判断についてのアンケート (A)

これは確率についての考え方を研究するための調査です．ご協力をお願いします．
問題は難しくありませんがよく考えて回答してください．

[1]:　3人の囚人、A、B、Cは死刑が決まっているが、クリスマスの日に一人だけ恩赦になる人がいる。誰が恩赦になるかは裁判官がA、B、Cと書かれたカード3枚から1枚をランダムにひくことによって決めるという。すなわち3人それぞれが釈放される確率は $\frac{1}{3}$ で等しい．

$\boxed{A}\ \frac{1}{3} \qquad \boxed{B}\ \frac{1}{3} \qquad \boxed{C}\ \frac{1}{3}$

囚人Aが「BとCのどちらかは必ず処刑されるのだから死刑になる一人を教えてくれても構わないだろう．死刑になる一人を教えてくれないか」と看守に頼んだ．
Aが恩赦になるときは，看守B, Cどちらかを選んでAに告げるのであるが，確率 $\frac{1}{2}$ で，つまり半々で「Bは処刑されるよ」か「Cは処刑されるよ」と告げるとする．
Bが恩赦になるときは自動的に「Cは処刑されるよ」と告げ，Cが恩赦になるときは自動的に「Bは処刑されるよ」と告げるものとする．
看守はしばらくして戻ってきて，「Bは処刑されるよ」と告げた．

「Bは処刑されるよ」と聞いたとき，囚人Aが恩赦になる確率は次のいずれであろうか？

1.　$\frac{1}{3}$　　2.　$\frac{1}{2}$　　3.　その他

[2]:　3人の囚人、A、B、Cは死刑が決まっているが、クリスマスの日に一人だけ恩赦になる人がいる。裁判官がA, B, C, Cと書かれた4枚のカードから1枚をひいて決める．すなわちAが恩赦になる確率は $\frac{1}{4}$，Bが恩赦になる確率は $\frac{1}{4}$，Cが恩赦になる確率は $\frac{1}{2}$ である．

$\boxed{A}\ \frac{1}{4} \qquad \boxed{B}\ \frac{1}{4} \qquad \boxed{C}\ \frac{1}{2}$

Aが恩赦になるときは，看守B, Cどちらかを選んでAに告げるのであるが，確率 $\frac{1}{2}$ で，つまり半々で「Bは処刑されるよ」か「Cは処刑されるよ」と告げるとする．
Bが恩赦になるときは自動的に「Cは処刑されるよ」と告げ，Cが恩赦になるときは自動的に「Bは処刑されるよ」と告げるものとする．
看守はしばらくして戻ってきて，「Bは処刑されるよ」と告げた．

「Bは処刑されるよ」と聞いたとき，囚人Aが恩赦になる確率は次のいずれであろうか？

1.　$\frac{1}{5}$　　2.　$\frac{1}{4}$　　3.　$\frac{1}{3}$　　4.　$\frac{1}{2}$　　5.　その他

確率判断についてのアンケート(B)

これは確率についての考え方を研究するための調査です．ご協力をお願いします．
問題は難しくありませんがよく考えて回答してください．

サイコロを投げたとき 6 の目の出る確率が $\frac{1}{6}$ と定められるのは，サイコロを多数回投げたとき 6 の出る割合がほぼ $\frac{1}{6}$ に近いという客観的事実に基づいている．たとえば「600 回投げたときおよそ 100 回くらいの割合で 6 の目が出る」と考えるとわかりやすい．

[1]:　3 人の囚人、A、B、C は死刑が決まっているが、クリスマスの日に一人だけ恩赦になる人がいる。誰が恩赦になるかは裁判官が A、B、C と書かれたカード 3 枚から 1 枚をランダムにひくことによって決めるという。すなわち 3 人それぞれが釈放される確率は $\frac{1}{3}$ で等しい．

$\boxed{A}\ \frac{1}{3}$　　$\boxed{B}\ \frac{1}{3}$　　$\boxed{C}\ \frac{1}{3}$

裁判官がたとえば 300 回カードを引いたとすると次のそれぞれはおよそ何回起こるだろうか？

1. $\boxed{A}$ が恩赦になり，$\boxed{B}$, $\boxed{C}$ が処刑される．
2. $\boxed{B}$ が恩赦になり，$\boxed{A}$, $\boxed{C}$ が処刑される．
3. $\boxed{C}$ が恩赦になり，$\boxed{A}$, $\boxed{B}$ が処刑される．

囚人 A が「B と C のどちらかは必ず処刑されるのだから死刑になる一人を教えてくれても構わないだろう．死刑になる一人を教えてくれないか」と看守に頼んだ．
A が恩赦になるときは，看守 B, C どちらかを選んで A に告げるのであるが，確率 $\frac{1}{2}$ で，つまり半々で「B は処刑されるよ」か「C は処刑されるよ」と告げるとする．
B が恩赦になるときは自動的に「C は処刑されるよ」と告げ，C が恩赦になるときは自動的に「B は処刑されるよ」と告げるものとする．
看守はしばらくして戻ってきて，「B は処刑されるよ」と告げた．
A が恩赦になるとき，看守が「B は処刑されるよ」と答える場合は何回あるだろうか？
B が恩赦になるとき，看守が「B は処刑されるよ」と答える場合は何回あるだろうか？
C が恩赦になるとき，看守が「B は処刑されるよ」と答える場合は何回あるだろうか？

1. 2. 3. あわせて看守が「B は処刑されるよ」と答える場合はおよそ何回あるだろうか？
その中で A が恩赦になっている場合は何回あるだろうか？

以上のことを参考にして次の問いに答えてください．

「B は処刑されるよ」と聞いたとき，囚人 A が恩赦になる確率は次のいずれであろうか？

1.　$\frac{1}{3}$　　　2.　$\frac{1}{2}$　　　3.　その他

次の問題を同じようにカードをたとえば 400 回引いたとして計算し問いに答えてください.
[2]:　3 人の囚人、A、B、C は死刑が決まっているが、クリスマスの日に一人だけ恩赦になる人がいる。裁判官が A, B, C, C と書かれた 4 枚のカードから 1 枚をひいて決める. すなわち A が恩赦になる確率は $\frac{1}{4}$, B が恩赦になる確率は $\frac{1}{4}$, C が恩赦になる確率は $\frac{1}{2}$ である.

$\boxed{A}\ \frac{1}{4}$　　$\boxed{B}\ \frac{1}{4}$　　$\boxed{C}\ \frac{1}{2}$

囚人 A が「B と C のどちらかは必ず処刑されるのだから死刑になる一人を教えてくれても構わないだろう. 死刑になる一人を教えてくれないか」と看守に頼んだ.
A が恩赦になるときは, 看守 B, C どちらかを選んで A に告げるのであるが, 確率 $\frac{1}{2}$ で, つまり半々で「B は処刑されるよ」か「C は処刑されるよ」と告げるとする.
B が恩赦になるときは自動的に「C は処刑されるよ」と告げ, C が恩赦になるときは自動的に「B は処刑されるよ」と告げるものとする.
看守はしばらくして戻ってきて, 「B は処刑されるよ」と告げた.
A が恩赦になるとき, 看守が「B は処刑されるよ」と答える場合は何回あるだろうか？
B が恩赦になるとき, 看守が「B は処刑されるよ」と答える場合は何回あるだろうか？
C が恩赦になるとき, 看守が「B は処刑されるよ」と答える場合は何回あるだろうか？

1. 2. 3. あわせて看守が「B は処刑されるよ」と答える場合はおよそ何回あるだろうか？
その中で A が恩赦になっている場合は何回あるだろうか？

以上のことを参考にして次の問いに答えてください.

「B は処刑されるよ」と聞いたとき, 囚人 A が恩赦になる確率は次のいずれであろうか？

1. $\frac{1}{5}$　　2. $\frac{1}{4}$　　3. $\frac{1}{3}$　　4. $\frac{1}{2}$　　5. その他