

## 6 . 熱エネルギー交換

### 6.1 熱交換器

#### 6.1.1 熱交換の基礎

##### 熱通過と熱通過率

高温の流体から低温の流体へ、流体を混合させることなく熱エネルギーを伝えるために、図 6.1.1 のように隔壁を介して二流体を流すことを考える。このとき、高温流体と隔壁の間では対流熱伝達が、隔壁内部では厚さ方向に熱伝導が、そして隔壁と低温流体の間では再び対流熱伝達が生じている。高温流体と隔壁間、低温流体と隔壁間の熱伝達率をそれぞれ  $h_h$ 、 $h_c$ 、隔壁の熱伝導率と厚さを  $k$ 、 $\delta$  とし、高温流体と低温流体の温度を  $T_h$ 、 $T_c$ 、隔壁両表面の温度を  $T_{wh}$ 、 $T_{wc}$  とすれば、それぞれによる単位面積あたりの熱流量（すなわち熱流束）は次のように表される。

$$\text{高温流体・隔壁間の対流熱伝達： } q_{fh} = h_h(T_h - T_{wh}) \quad \dots(6.1.1)$$

$$\text{隔壁内の熱伝導： } q_w = k \frac{(T_{wh} - T_{wc})}{\delta} \quad \dots(6.1.2)$$

$$\text{隔壁・低温流体間の対流熱伝達： } q_{fc} = h_c(T_{wc} - T_c) \quad \dots(6.1.3)$$

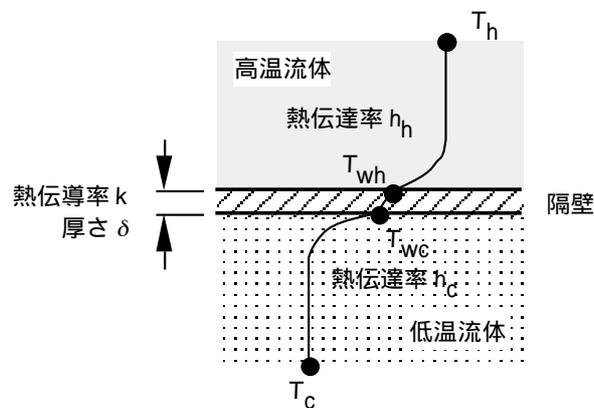


図 6.1.1 隔壁を介した二流体間の熱交換

エネルギーの釣り合いからこれら 3 つの熱流束は等しい。すなわち、

$$h_h(T_h - T_{wh}) = k \frac{(T_{wh} - T_{wc})}{\delta} = h_c(T_{wc} - T_c) \quad \dots(6.1.4)$$

これから隔壁両表面の温度  $T_{wh}$ 、 $T_{wc}$  を求めると、

$$T_{wh} = \frac{\left(\frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c}\right) T_h + \frac{1}{h_h} T_c}{\frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c}}$$

$$T_{wc} = \frac{\frac{1}{h_c} T_h + \left(\frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k}\right) T_c}{\frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c}}$$

これらを用いて熱流束  $q_{fh} = q_w = q_{fc} = q$  は、

$$q = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c}} = K(T_h - T_c) \quad \dots(6.1.5)$$

と求められる。すなわち、両流体の温度差( $T_h - T_c$ )に対して等価的な熱伝達率  $K$  を考えることで両流体の間の熱移動を見積もることができる。この  $K$  を熱通過率（総括伝熱係数）と呼ぶ。

(6.1.5)式と同一の結果は、隔壁まわりの熱抵抗を考えることでも導出できる。図 6.1.2 に示すように、高温流体と隔壁間の対流熱伝達の熱抵抗  $R_h$ 、隔壁内の熱伝導による熱抵抗  $R_w$ 、隔壁と低温流体間の対流熱伝達の熱抵抗  $R_c$  はそれぞれ、

$$R_h = \frac{1}{h_h A}, \quad R_w = \frac{\delta}{k A}, \quad R_c = \frac{1}{h_c A}$$

であり、この系ではこれらの熱抵抗が両流体間に直列に接続されているから、合成熱抵抗  $R = R_h + R_w + R_c$  から、両流体間の単位面積あたりの熱移動量は

$$q = \frac{T_h - T_c}{R} \frac{1}{A} = \frac{T_h - T_c}{R_h + R_w + R_c} \frac{1}{A} = \frac{T_h - T_c}{\frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c}}$$

と求まる。

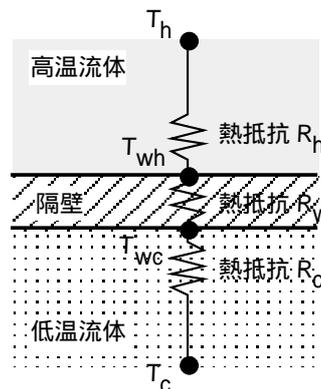


図 6.1.2 隔壁を介した熱交換の熱抵抗

二流体間の熱通過率は、高温流体と隔壁間の熱抵抗、隔壁内の熱抵抗、隔壁と低温流体間の熱抵抗の直列合成抵抗で決まるため、これら3つの熱移動のうちのいずれか一つでも抵抗が大きいとその値が極端に低下する。

#### 熱通過による流体の流れ方向への温度変化

上記のような二流体間の熱通過によって熱エネルギーが高温流体から低温流体へ移動すると、それに伴って高温流体の温度は低下し、低温流体の温度は上昇する。図 6.1.3 に示すように、隔壁を介して高温流体が流量  $V_h$ 、低温流体が流量  $V_c$  で同じ方向に流れていることを考える。この系において任意の位置  $x$  にある微小面積  $dx$  (奥行きは単位長さ) を通して高温流体から低温流体へ移動する熱量  $dQ$  は、熱通過率を  $K$  とすれば、単位時間あたり

$$dQ = K(T_h(x) - T_c(x))dx \quad \dots(6.1.6)$$

ここで、 $T_h(x)$ と  $T_c(x)$ は位置  $x$  における高温流体と低温流体の温度である。この熱移動によって、高温流体は温度が低下し、低温流体は温度が上昇する。それぞれの流体の温度変化は、高温流体の密度と比熱を  $\rho_h$ と  $c_{ph}$ 、低温流体の密度と比熱を  $\rho_c$ と  $c_{pc}$  とすれば、

$$\text{高温流体: } dQ = -\rho_h c_{ph} V_h dT_h \quad \dots(6.1.7)$$

$$\text{低温流体: } dQ = \rho_c c_{pc} V_c dT_c \quad \dots(6.1.8)$$

となる(符号に注意)

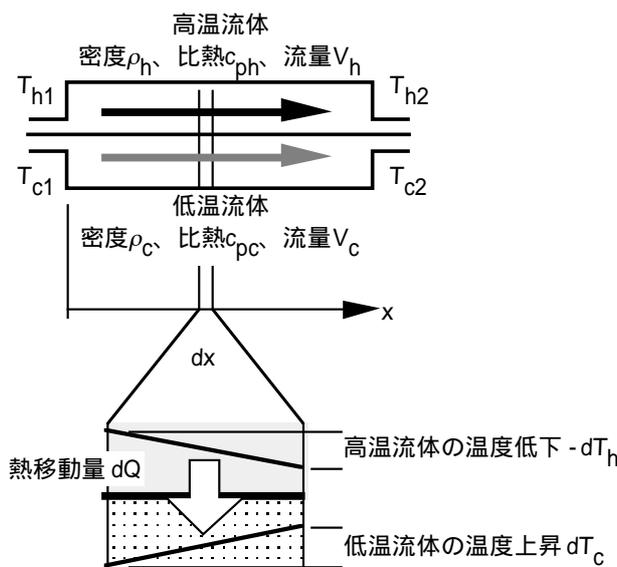


図 6.1.3 隔壁を介した二流体間の熱交換（二流体が同じ方向に流れる場合）

(6.1.7)式、(6.1.8)式から

$$dT_h - dT_c = d(T_h - T_c) = -dQ \left( \frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} + \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c} \right) \quad \dots(6.1.9)$$

であり、(6.1.9)式に(6.1.6)式を代入すると、

$$\frac{d(T_h - T_c)}{T_h - T_c} = -K \left( \frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} + \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c} \right) dx$$

この微分方程式は、熱通過率  $K$  が一定で、 $x = 0$  における両流体の温度を  $T_{h1}$ 、 $T_{c1}$  とすれば簡単に積分できて、

$$\ln(T_h - T_c) = -K \left( \frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} + \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c} \right) x + \ln(T_{h1} - T_{c1})$$

すなわち、

$$(T_h - T_c) = (T_{h1} - T_{c1}) \exp \left\{ -K \left( \frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} + \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c} \right) x \right\} \quad \dots(6.1.10)$$

この関係から、両流体の温度差( $T_h - T_c$ )は流れ方向に指数関数的に減少していくことがわかる（図 6.1.4）

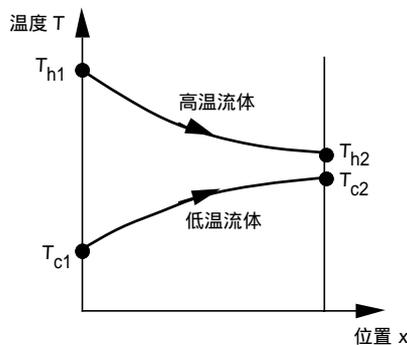


図 6.1.4 隔壁を介した二流体間の熱交換による温度分布（二流体が同じ方向に流れる場合）

一方、図 6.1.5 のように、隔壁を介して高温流体が流量  $V_h$ 、低温流体が流量  $V_c$  で逆方向に流れている場合は、高温流体の流れ方向に  $x$  座標をとれば、同様に、

$$\frac{d(T_h - T_c)}{T_h - T_c} = -K \left( \frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} - \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c} \right) dx$$

であり、 $x = 0$  (高温流体の入口、低温流体の出口) における両流体の温度を  $T_{h1}$ 、 $T_{c2}$  とすれば、

$$(T_h - T_c) = (T_{h1} - T_{c2}) \exp \left\{ -K \left( \frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} - \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c} \right) x \right\} \quad \dots(6.1.11)$$

となる。つまり、高温流体と低温流体が逆方向に流れている場合の両流体の温度差は、両流体の  $\rho c V$  (熱容量流量) の関係に応じて流れ方向に大きくなったり小さくなったりする (図 6.1.6)。

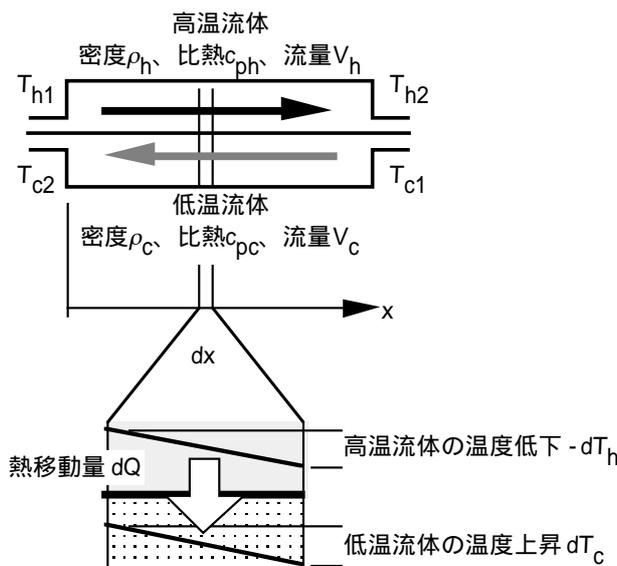


図 6.1.5 隔壁を介した二流体間の熱交換 (二流体が逆方向に流れる場合)

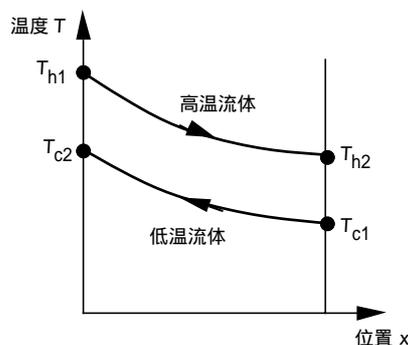


図 6.1.6 隔壁を介した二流体間の熱交換による温度分布 (二流体が逆方向に流れる場合)

### 対数平均温度差

図 6.1.3~6 における系で、単位時間あたり高温流体から低温流体へ移動する熱量の総量  $Q$  は、両流体の入口・出口間の温度差から次のように求められる。

$$Q = \rho_h c_{ph} V_h (T_{h1} - T_{h2}) = \rho_c c_{pc} V_c (T_{c2} - T_{c1}) \quad \dots(6.1.12)$$

一方、両流体の出入口温度の関係は(6.1.10)式、(6.1.11)式から、  
両流体が同方向に流れる場合：

$$\ln\left(\frac{T_{h2}-T_{c2}}{T_{h1}-T_{c1}}\right) = -K\left(\frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} + \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c}\right)L$$

両流体が逆方向に流れる場合：

$$\ln\left(\frac{T_{h2}-T_{c1}}{T_{h1}-T_{c2}}\right) = -K\left(\frac{1}{\rho_h c_{ph} V_h} - \frac{1}{\rho_c c_{pc} V_c}\right)L$$

ここで  $L$  は流路の長さ(奥行きが単位長さであるから伝熱面積に相当する)である。これらに(6.1.12)式を代入すると、総熱移動量  $Q$  は、

両流体が同方向に流れる場合：

$$Q = KL \frac{(T_{h2}-T_{c2}) - (T_{h1}-T_{c1})}{\ln\left(\frac{T_{h2}-T_{c2}}{T_{h1}-T_{c1}}\right)}$$

両流体が逆方向に流れる場合：

$$Q = KL \frac{(T_{h2}-T_{c1}) - (T_{h1}-T_{c2})}{\ln\left(\frac{T_{h2}-T_{c1}}{T_{h1}-T_{c2}}\right)}$$

とかける。いま、図 6.1.7 に示すように系の両端における両流体の温度差を  $\Delta T_1$ 、 $\Delta T_2$  とおけば、これらの式は流体の流れの方向によらず、

$$Q = KL \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} \quad \dots(6.1.13)$$

のようになる。すなわち、熱交換を行う二流体間の平均温度差として、

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} \quad \dots(6.1.14)$$

を用いると、両流体間の総熱移動量を適切に見積もることができる。このような温度差を対数平均温度差と呼ぶ。

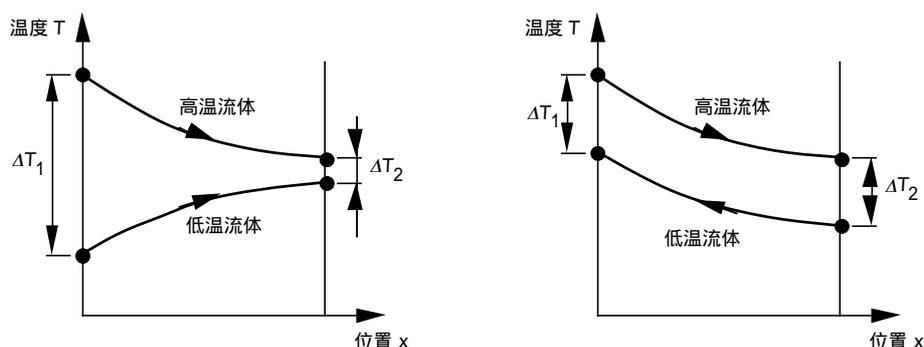


図 6.1.7 対数平均温度差を求めるための温度差  
(左：二流体が同じ方向に流れる場合、右：二流体が逆方向に流れる場合)

## 6.1.2 熱交換器

### 熱交換器の種類

前節で述べたような二流体間の熱交換を行わせる工業的な装置を熱交換器という。熱交換器には、流体の流れ方、流体の混合の有無、熱交換の仕方などによっていくつかの種類がある。

### 隔板式熱交換器

最も基本的な熱交換器であり、前節で述べたように、高温流体と低温流体を混合させないよう両流体間を隔壁で仕切った構造をしている。隔板式熱交換器は、高温流体と低温流体の流れの方向によってさらにいくつかに分類される。

(a) 並流形熱交換器 (図 6.1.8): 高温流体と低温流体が互いに同じ方向に流動する熱交換器である。両流体入口近傍で大きな温度差が生じるため、この領域で素速い熱交換が行えるが、低温流体の出口温度は高温流体の出口温度を超えることはできない。

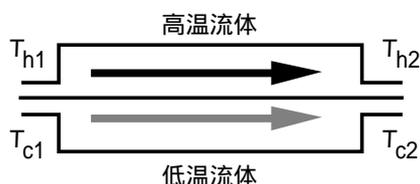


図 6.1.8 並流型熱交換器

(b) 向流型熱交換器 (図 6.1.9): 高温流体と低温流体が互いに反対方向に流動する熱交換器である。一概に両流体間の温度差が小さくなるため、大量の熱交換をさせるためには大きな熱通過面積が必要になるが、低温流体を高温流体の出口温度より高い温度まで加熱する (高温流体を低温流体の出口温度より低い温度まで冷却する) ことが可能である。

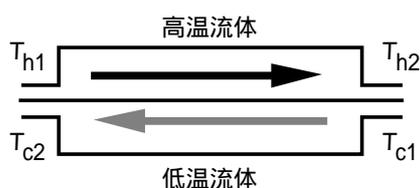


図 6.1.9 向流型熱交換器

(c) 直交流型熱交換器 (図 6.1.10): 高温流体と低温流体が空間的に直行するように流れつつ熱交換を行う熱交換器である。高温流体と低温流体の配管・ヘッダの位置を空間的に分けることができる、高温流体と低温流体の流路長を (熱通過面積は同一でも) 独立に設定できるなどの特徴から、実用上数多く用いられている。熱交換の性能は、並流形熱交換器と向流型熱交換器の中間的なものとなる。

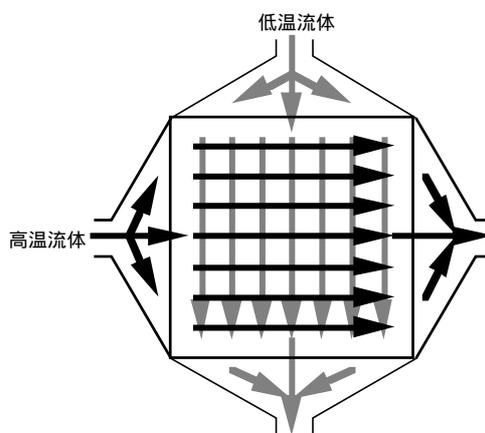


図 6.1.10 直交流型熱交換器

(d) シェルアンドチューブ型熱交換器 (図 6.1.11): 多数の比較的細い管路を大きな容器内に納

めた構造の熱交換器であり、ボイラなどによく用いられる。通常は管路内を液体（ボイラでは水）、管路外（容器内）を気体（ボイラでは燃焼ガス）が流動して両者の間で熱交換を行う。熱交換器の性能は、直交流型熱交換器と同様、並流形熱交換器と向流型熱交換器の中間的なものとなるが、容器内に設ける隔壁の構造・配置によって特性を変化させうる。

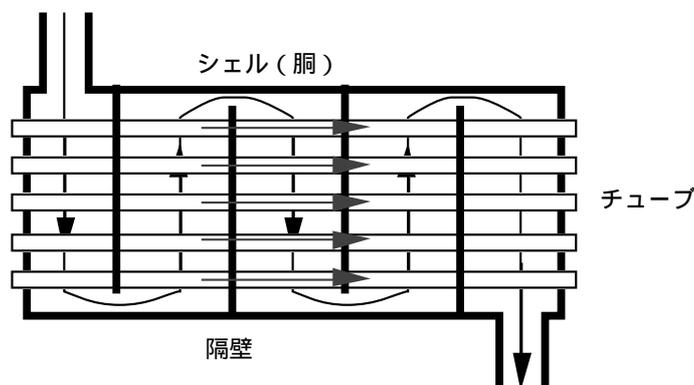


図 6.1.11 シェルアンドチューブ型熱交換器

(e) その他： 気体流と液体との熱交換では、気体流側の熱伝達率が液体流側のそれに比べて小さいため、熱通過が制限されることが多い。そこで気体との熱交換を促進する目的で、気体流中に微細な固体粒子群を入れることがある。気体流の流動によって固体粒子群が移動しないものを充填層、気体流によって粒子群が浮遊状態になるものを流動層といい、それらを応用した熱交換器をそれぞれ充填層熱交換器、流動層熱交換器と呼ぶ。固体粒子群を添加することによる熱伝達促進のメカニズムは複雑であるが、主に固体粒子群の高い熱伝導率と広い表面積による拡大伝熱面効果（フィン効果）に基づくと考えて良い。

#### 蓄熱式熱交換器（再生式熱交換器）

高温流体と低温流体の間で直接熱交換を行わせるのではなく、高温流体の持つ熱エネルギーをいったん蓄熱材に蓄え、これを低温流体にさらして熱エネルギーを低温流体へ受け渡すことで熱交換を行う形態の熱交換器を蓄熱式熱交換器（再生式熱交換器）という。蓄熱材としては、十分な熱容量を有し、流体との熱交換を速やかに行うため、セラミックや金属の多孔体、積層した金網などが用いられる。この熱交換器では、高温流体と低温流体を同じ蓄熱材に対して交互に流動させる必要があるが、これを円筒形の蓄熱材を回転させることで行う熱交換器を「ユングストローム式熱交換器（図 6.1.12）」といい、発電所の空気予熱器などに用いられている。

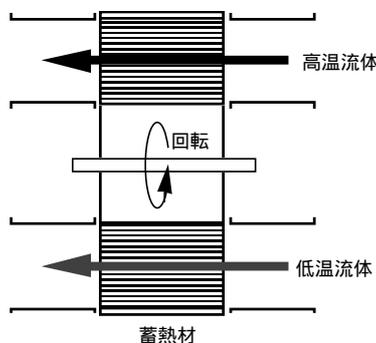


図 6.1.12 ユングストローム式蓄熱型熱交換器

### 6.1.3 熱交換器の性能

熱交換器に求められる性能は、高温流体から低温流体へどれだけの熱エネルギーを移動させる

か、すなわち熱交換性能と、高温流体あるいは低温流体の温度をどれだけ変化させるか、すなわち温度交換性能の2つである。上述の熱交換器のうち隔板式熱交換器の熱交換性能（移動熱流）は、6.1.1節で述べた熱交換の概念から類推できるように、次式で決められる。

$$Q = \Psi KA \Delta T_{lm} \quad \dots(6.1.15)$$

ここで  $A$  は熱通過面積、 $\Psi$  は様々な流体の流れに対して対数平均温度差を適切に求めるための修正係数である。並流形熱交換器や向流型熱交換器の場合には、対数平均温度差として(6.1.13)式に定義されるものを用いれば修正係数は  $\Psi = 1$  となる。直交流型熱交換器やシェルアンドチューブ型熱交換器に対しては、様々な条件に対して修正係数  $\Psi$  が求められており、線図の形で提供されている。図 6.1.13 にその代表例を示す。ただしこの線図に示される値を用いる際には、対数平均温度差として向流型熱交換器に対する定義に基づく値を用いる。

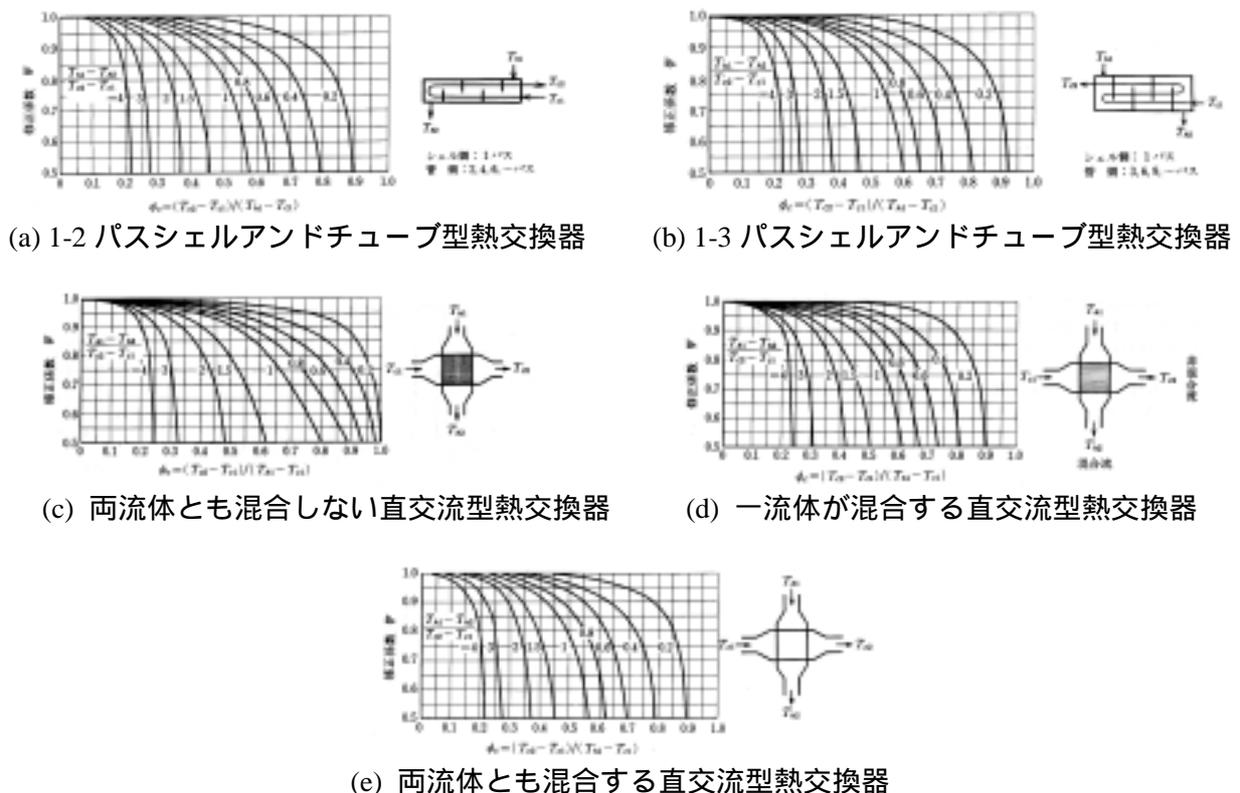


図 6.1.13 各種熱交換器の修正係数  $\Psi$

一方、温度交換性能は

$$\phi_h = \frac{T_{h1} - T_{h2}}{T_{h1} - T_{c1}}, \quad \phi_c = \frac{T_{c2} - T_{c1}}{T_{h1} - T_{c1}} \quad \dots(6.1.16)$$

なる値で評価できる。この値は熱交換器の最大温度差（= 高温流体入口温度と低温流体入口温度の差）に対する高温流体あるいは低温流体の温度変化の割合を表し、温度効率と呼ばれる。温度効率は、熱交換性能を表す(6.1.15)式と向流型熱交換器の対数平均温度差の定義(6.1.14)式、ならびに両流体の温度変化と交換熱量の関係(6.1.12)式を用いると、次のように求められる。

$$\phi_h = \frac{1 - \exp\{-\Psi N_h (1 - R_h)\}}{1 - R_h \exp\{-\Psi N_h (1 - R_h)\}},$$

$$\phi_c = R_h \phi_h = R_h \frac{1 - \exp\{-\Psi N_h (1 - R_h)\}}{1 - R_h \exp\{-\Psi N_h (1 - R_h)\}} \quad \dots(6.1.17)$$

ここで  $R_h$  と  $N_h$  は

$$R_h = \frac{\rho_h c_{ph} V_h}{\rho_c c_{pc} V_c}, \quad N_h = \frac{KA}{\rho_h c_{ph} V_h}$$

である\*。前者は高温流体と低温流体の熱容量と流量の積の比であり、熱容量流量比と呼ばれる。また後者は熱容量流量から見た熱交換器の大きさを表す無次元数で、伝熱単位数 (Number of Heat Transfer Unit) という。なお、並流形熱交換器に対しては、対数平均温度差の定義が異なるため、温度効率はこのようになる。

$$\begin{aligned} \phi_h &= \frac{1 - \exp\{-N_h (1 + R_h)\}}{1 + R_h}, \\ \phi_c &= R_h \frac{1 - \exp\{-N_h (1 + R_h)\}}{1 + R_h} \end{aligned} \quad \dots(6.1.17')$$

結局、熱交換器の性能は、

- (a) 隔壁の熱通過率  $K$
- (b) 熱通過面積  $A$
- (c) 高温流体と低温流体の対数平均温度差  $\Delta T_{lm}$
- (d) 熱容量流量比
- (e) 伝熱単位数

によって決まる。したがって実際の熱交換器を設計するにあたっては、所定の熱交換性能と温度交換性能を満足させるようにこれらのパラメータを調整する必要がある。

#### 6.1.4 熱交換器の性能変化

熱交換器を通して熱交換を行う流体は必ずしも「きれい」ではない。例えば燃焼ガスを用いて空気を暖める空気予熱器などでは、燃焼ガス中の灰分やすすが熱交換面上に堆積することがあるし、ボイラのように液体を沸騰させる熱交換器では、液体中の不純物が沸騰に伴って濃縮され、熱交換面に固着することがある。このような熱交換面の「汚れ」は熱抵抗となって隔壁の熱通過率を低下させるから、熱交換器の性能は使用するにつれて劣化していく。

熱交換面上の汚れによる性能低下を評価するために、実用的な条件の下での汚れの熱抵抗 (汚れ係数) が求められている。代表的な汚れ係数を表 6.1.1 に示す。これらの汚れ係数を用いると、汚れの影響を含めた隔壁の熱通過率は次のように求められる。

\* 一般には高温流体の熱容量流量と低温流体の熱容量流量のうちの小さい方を添字 min で、大きい方を添字 max で表して、

$$R = \frac{(\rho c_p V)_{min}}{(\rho c_p V)_{max}}, \quad N = \frac{KA}{(\rho c_p V)_{min}}$$

を用いて温度効率を評価することが多い (上記の例は高温流体の熱容量流量が低温流体のそれより小さい場合に相当する)。この場合は高温流体と低温流体の熱容量流量の関係によって(6.1.17)式の定義が入れ替わることに注意すること。

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_h} + r_h + \frac{\delta}{k} + r_c + \frac{1}{h_c}} \quad \dots(6.1.18)$$

ここで  $r_h$  と  $r_c$  はそれぞれ高温流体側の汚れ係数と低温流体側の汚れ係数である。なお、隔壁の高温流体側面積と低温流体側面積が大きく異なるときは、面積比を考慮して、

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_h} + r_h + r_w + r_c \frac{A_h}{A_c} + \frac{1}{h_c} \frac{A_h}{A_c}} \quad \dots(6.1.18')$$

を用いる。ここで  $A_h$  と  $A_c$  は高温流体側の熱通過面積と低温流体側の熱通過面積であり、(6.1.18')式は高温流体側面積を基準としている。また、 $r_w$  は隔壁の熱伝導による熱抵抗であり、必要に応じて円筒壁内熱伝導の熱抵抗などを適用する。

表 6.1.1 汚れ係数（上：水の汚れ係数、下：各種流体の汚れ係数、単位はいずれも  $\text{m}^2\text{K/W}$ ）

加熱流体温度	115 以下		115 ~ 205	
水の温度	50 以下		50 以上	
水の流速	0.9 m/s 以下	0.9 m/s 以上	0.9 m/s 以下	0.9 m/s 以上
蒸留水	0.00009	0.00009	0.00009	0.00009
(半)塩水	0.00035	0.00018	0.00053	0.00035
海水	0.00009	0.00009	0.00018	0.00018
冷却塔または噴霧池水				
処理水	0.00018	0.00018	0.00035	0.00035
不処理水	0.00053	0.00053	0.0009	0.0007
市水、井水、大きな湖水	0.00018	0.00018	0.00035	0.00035
河水				
最小値	0.00035	0.00018	0.00053	0.00035
平均値	0.00053	0.00035	0.0007	0.00053
泥を含んだ水	0.00053	0.00035	0.0007	0.00053
硬水 (250 ppm以上)	0.00053	0.00053	0.0009	0.0009
エンジンジャケット	0.00018	0.00018	0.00018	0.00018
軟化ボイラ給水	0.00018	0.00009	0.00018	0.00018
ボイラブローダウン水	0.00035	0.00035	0.00035	0.00035

流体名	汚れ係数	流体名	汚れ係数
ガスおよび蒸気		油	
機関排気	0.0018	燃料油	0.0009
蒸気 (油を含まず)	0.00009	変圧器油	0.00018
廃蒸気 (油を含む)	0.00018	機関潤滑油	0.00018
冷媒蒸気 (油を含む)	0.00035	焼入油	0.0007
圧縮空気	0.00035	油圧用圧力油	0.00018
工業用有機熱媒体	0.00018	ガソリン	0.00018
液体		石油	0.00018
液冷媒	0.00018	植物油	0.00053
工業用有機熱媒体	0.00018	ガス	
伝熱用溶融塩	0.00009	天然ガス	0.00018

## 6.2 拡大伝熱面 (フィン)

実用伝熱機器の設計では熱伝達量を増加させることにも増して機器の外形寸法を小さくすることも重要な課題となる。伝熱機器の外形寸法をできるだけ小さく保った上でより大きな伝熱面積を確保するために用いられるのが「フィン」である。フィンは伝熱面積を拡大するために伝熱面に付加された突起のことで、その形状によって以下のように分類されている。

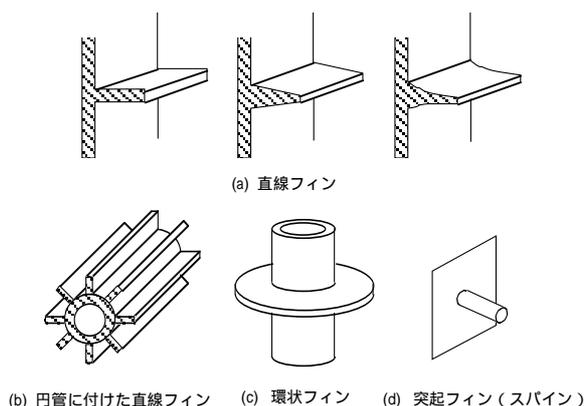


図 6.2.1 フィン形状の分類

フィンをつけることで伝熱面の物理的な面積が増加することは理解されたものと思う。しかしこの増加した面積が伝熱面として作用するためにはこの表面へ熱エネルギーが供給される必要がある。熱エネルギーはフィン内部の熱伝導によってフィン表面へ供給されている。すなわち、フィン内部ではフィン基部からの熱伝導とフィン表面の熱伝達が同時に作用している。

### 6.2.1 フィンの原理

簡単なフィンを用いてフィンの伝熱の基礎を説明する。図 6.2.2 に示されるような固体表面に長さ  $L$ 、断面積  $A$ 、周囲長  $P$  の平板のフィンが取り付けられているとする。基盤固体の温度  $T_b$ 、フィンの周囲には温度  $T_s$  ( $T_b > T_s$ ) の流体が流れており、フィン表面から流体へ対流伝熱により放熱しているとする。対流熱伝達率は  $h$  で、一定であるとする。

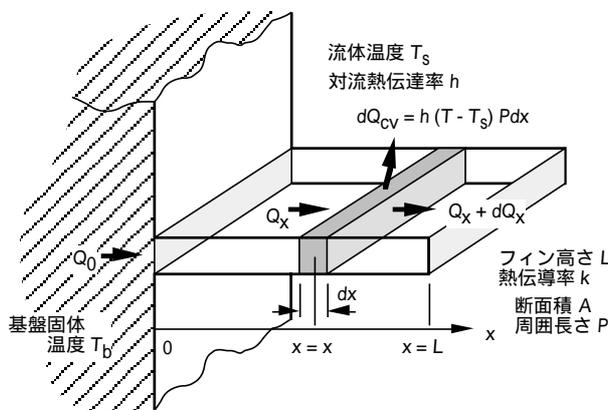


図 6.2.2 矩形フィン内の熱移動

$x$  の位置における長さ  $dx$  の体積要素における熱バランスは次式で表される。

$$Q_x - (Q_x + dQ_x) - dQ_{cv} = 0 \quad \dots(6.2.1)$$

ここで、 $Q_x$  は熱伝導による熱流量、 $Q_{cv}$  は対流による熱流量を表す。フーリエとニュートンの各法則を適用すると次式が得られる。

$$dQ_x = d\left(-kA \frac{dT}{dx}\right) = -d(dQ_{cv}) = -hPdx(T - T_s) \quad \dots(6.2.2)$$

この式を整理した結果、一般の一次元フィンの方程式が得られる。

$$\frac{d}{dx}\left(kA \frac{d\theta}{dx}\right) - hP\theta = 0 \quad \dots(6.2.3)$$

ここで  $\theta = T - T_s$  である。いま、 $k$  も  $A$  も一定である場合について考えてみることにする。

(a) フィン長が十分長く、フィン端が流体と同一温度となるとき、解は

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \exp(-mx) \quad \dots(6.2.4)$$

ここで、

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

フィンからの放熱量 (= フィン根元の熱流)  $Q$  は

$$Q = -kA \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = \sqrt{hPkA} \theta_0 \quad \dots(6.2.5)$$

(b) フィン端においてもフィン表面と同様の熱伝達を行う場合

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh\{m(L-x)\} + \frac{h}{mk} \sinh\{m(L-x)\}}{\cosh(mL) + \frac{h}{mk} \sinh(mL)} \quad \dots(6.2.6)$$

フィンからの放熱量  $Q$  は

$$Q = \sqrt{hPkA} \theta_0 \frac{\sinh(mL) + \frac{h}{mk} \cosh(mL)}{\cosh(mL) + \frac{h}{mk} \sinh(mL)} \quad \dots(6.2.7)$$

(c) フィン端を断熱条件とするとき。解は

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh\{m(L-x)\}}{\cosh(mL)} \quad \dots(6.2.8)$$

フィンからの放熱量  $Q$  は

$$Q = \sqrt{hPkA} \theta_0 \tanh(mL) \quad \dots(6.2.9)$$

### 6.2.2 フィン効率とフィン有効度

フィン内に熱伝導による熱移動があるためフィン内の温度が一様でないことから、フィンを追加したことによる伝熱量増加はフィンによる伝熱面積増加量とは同じにならない。追加したフィンがどの程度伝熱量を増加させるかを評価するための指針として「フィン効率」と「フィン有効度」を用いることがある。

フィン効率  $\phi =$  (実際のフィンからの放熱量)  
/ (フィン全体をフィン根本と同一温度としたときの (仮想的な) 放熱量)

上記の(c)の場合のフィン効率は

$$\phi = \frac{\sqrt{hPkA} \theta_0 \tanh(mL)}{hPL\theta_0} = \frac{\tanh(mL)}{mL} (<1) \quad \dots(6.2.10)$$

であり、 $mL$  の増加、すなわち、(1)フィン長さの増加、(2)表面の熱伝達率の増加、または (3)フィン材料の熱伝導率の低下につれて低下する。いくつかの直線フィンの効率が図 6.2.3 に示されている。

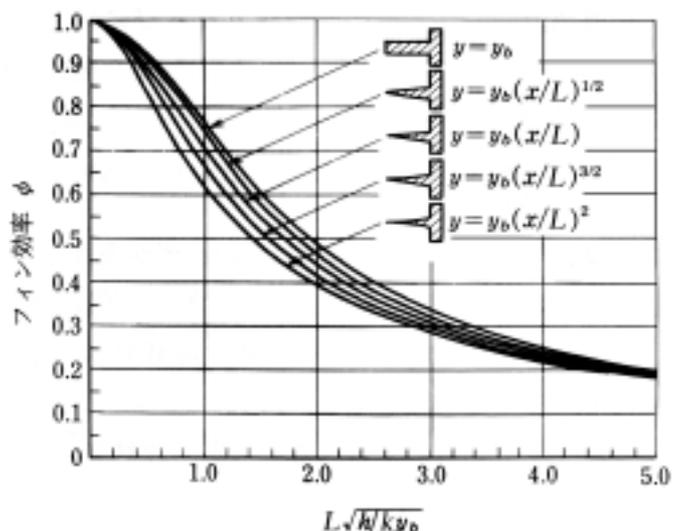


図 6.2.3 直線フィンのフィン効率 ( $y$  はフィン厚さの  $1/2$ 、 $y_b$  はフィン根元の厚さの  $1/2$ )

フィン有効度  $H = \frac{\text{(フィンを付加したときの放熱量)}}{\text{(フィン無しの場合の放熱量)}}$

フィン表面部分のみについて考える場合とフィン先端部を含めて考える場合がある。フィン表面部分のみで考える場合、上記の(c)の場合に対しては

$$H = \frac{\phi PLh\theta_0}{Ah\theta_0} = \frac{\tanh(mL)}{\sqrt{\frac{hA}{kP}}} (> 1) \quad \dots(6.2.11)$$

であり、表面の熱伝達率の増大にともなって減少する。

## 演習問題

[ 6 - 1 ] 隔板式熱交換器の一方の流路を空気が、他方の流路を水が流れている。空気側の平均熱伝達率を  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ 、水側の平均熱伝達率を  $200 \text{ W/m}^2\text{K}$  とし、隔壁の材料がアルミニウム（熱伝導率  $k = 200 \text{ W/mK}$ ）で厚さが  $2 \text{ mm}$  であるとき、隔壁の熱通過率を求めよ。

ヒント：最も単純な熱通過に対する熱通過率であり、空気側・水側の熱伝達による熱抵抗と隔壁の熱伝導による熱抵抗の直列合成抵抗の逆数が熱通過率になる。

[ 6 - 2 ] 流量  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  の燃焼ガス（比熱  $1000 \text{ J/kgK}$ 、密度  $1 \text{ kg/m}^3$ ）で、流量  $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$  の水（比熱  $4200 \text{ J/kgK}$ 、密度  $1000 \text{ kg/m}^3$ ）を  $20$  から  $80$  まで予熱する熱交換器をつくりたい。燃焼ガスの初期温度を  $400$  とするとき、以下の問に答えよ。

- (1) 水が受け取る熱量は単位時間あたりいくらか。
- (2) 燃焼ガスの出口温度はいくらか。
- (3) 熱交換器を向流型熱交換器として、燃焼ガスと水との間の対数平均温度差を求めよ。
- (4) 熱交換器隔壁の熱通過率を  $50 \text{ W/m}^2\text{K}$  とするとき、必要な熱通過面積を求めよ。

ヒント：水の受け取る熱量と燃焼ガスが放出する熱量は、それぞれの流体の熱容量流量と入口・出口間の温度差の積で求められ、なおかつ両者は等しい。この関係から両流体の入口・出口温度がわかれば対数平均温度差が計算され、熱移動量と熱通過率から熱交換面積が計算できる。

[ 6 - 3 ] 流量  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  の燃焼ガス（比熱  $1200 \text{ J/kgK}$ 、密度  $0.8 \text{ kg/m}^3$ ）を流量  $3 \text{ m}^3/\text{s}$  の空気流（比熱  $1000 \text{ J/kgK}$ 、密度  $1 \text{ kg/m}^3$ ）で冷却して排気させたい。燃焼ガスと空気流の初期温度をそれぞれ  $500$  と  $20$  とし、冷却のための熱交換器を、熱通過率  $40 \text{ W/m}^2\text{K}$ 、熱通過面積  $40 \text{ m}^2$  の向流型熱交換器であるとして、冷却後の燃焼ガスの温度を求めよ。

ヒント：高温流体と低温流体の温度変化と熱移動量の関係、熱移動量と対数平均温度差の関係から、燃焼ガス出口温度を求めても良いが、この場合、温度効率を表す(6.1.17)式を用いた方が簡単に解が得られる。

[ 6 - 4 ]  $0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}$  の平板伝熱面が  $80$  に加熱されている。この伝熱面に平行に速度  $2 \text{ m/s}$ 、温度  $20$  の空気流が流れているとき、以下の問に答えよ。

- (1) 平板から空気流に伝えられる熱流はいくらか。ただし平板上の平均熱伝達率は次の関係で見積もられるとする。

$$Nu_{L,m} = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{1/3}$$

- (2) この平板に、流れに平行で高さ  $0.05 \text{ m}$ 、厚さ  $0.001 \text{ m}$ 、幅（流れ方向の奥行き） $0.1 \text{ m}$  のアルミニウム製フィンを取付けた。フィン端面の面積を無視すると、伝熱面積はフィンがない場合の何倍になるか。
- (3) フィン端面からの放熱が無視できるとして、このフィンのフィン効率を求めよ。ただしフィン表面の熱伝達率はフィンがない場合の平板上の熱伝達率と同一であるとする。
- (4) フィン付伝熱面全体からの放熱量を求めよ。

ヒント：題意のフィンは厚さ一定の矩形フィンで、フィン端面からの放熱が無視できるから、フィン効率は(6.2.10)式で評価される。フィン付伝熱面の放熱量はフィンによる伝熱面積拡大割合ほどは大きくなることに注意せよ。