確率判断の認知心理（2）

小　林　厚　子*

Cognitive Psychology about Judgment Under Uncertainty (2)

Atsuko KOBAYASHI

Psychology of judgment under uncertainty has been studied for a long time. The well known "taxi problem" and "infection problem" are often given as classical examples of how intuitive concept of probability is incorrect, differing from mathematical probability calculated using Bayes' Theorem.

However, the so-called mathematical probabilities are actually not unique solutions to these problems. Probability is based on conducting multiple trials under a given condition and calculating the proportion of each possible outcome. Therefore if the conditions change, so do the outcomes. The "taxi problem" and "infection problem" are ambiguous enough that more than one set of conditions can be constructed that seem to describe the problems. We do not discuss here why the intuitive probability is wrong. Rather, we argue that the intuitive probability and the Bayes' Theorem result are merely based on different conditions that both fit the ambiguously defined problems.

It is usually difficult to arrive intuitively at an answer suggested by Bayes' Theorem. However, it is possible if the problem is defined rigidly enough to permit no other interpretation. It is also helpful to visualize conducting actual trials - that is, to think about conducting, say, 100 trials and thinking about how many of those trials lead to a given outcome - than to think in abstract fractions and proportions.

1　はじめに

昨年、確率判断の認知心理（１）－研究紀要第５号（東京成徳大学）において、確率判断が困難であるといわれている問題について検討した。直感的な判断、すなわち主観的確率と規範解すなわち計算によって求めた確率とが異なり、その差異がなかなか納得できない問題として有名な「３囚人問題」について研究した。

「確率の値」という量が、多くの人が認める客観的な値となるためには、多数回の試行における相対頻度の値、を中心に置かなければなら

*Atsuko KOBAYASHI　福祉心理学科（Department of Social Work and Psychology）

ないことを論じた。確率論におけるベイズの定理が有効であるのは、ベイズの定理に現れる確率も相対頻度をもとにして考える必要があり、そのことによってはじめてベイズの定理も有効になってくることを論じた。

本研究においては、認知心理学の研究でたびたび取り上げられている、「タクシー問題」と「感染者問題」について検討する。

ここでもやはり「確率とはどのような値か」「どのような客観的基礎の上に考えられているか」「実験で検証できるのか」「検証できるとすればどのような実験に対応しているのか」という観点が必要であることを明らかにしたい。

従来の研究は、国内国外の研究を問わずこのような観点からはほとんど研究されていない。「ベイスの定理を適用するのが唯一の確率で、われわれの直感的な確率はどうしてその値と違うのか」という観点がほとんどである、「タクシー問題」や「感染者問題」においては、どのような「確率」が考えられるのかを明らかにしていきたい。

「確率」の値が客観的なものとなるためには、現実に多数回の試行が不可欠であり、「多数回の試行」の内容が明確にされなくてはならないという当然の認識をここでも適用すれば問題は解決するのではないかということを検討したい。

2　タクシー問題

Tversky & Kahneman（1980）は次のようないわゆるタクシー問題を論じている。

「ある街のタクシーの85%は緑で、15%は青である。あるときタクシーによるひき逃げ事件が起きた。そこに目撃者が現れて、”青のタクシーがひいた”と証言した。この証人がどのくらい正確に見分けられるかをテストしたところ、80%の場合は正しく色を識別できるが、20%の場合は実際と逆の色を言ってしまうことがわかった。さて、証言どおり、青タクシーが犯人である確率はどれだけだろうか？」

この内容を、「確率とは何か」という観点から、きちんと分析することから始めなければならないと思われる。

ある街のタクシーは緑色のタクシーと青色のタクシーしかなくて、85%が緑であり、15%が青であるというのは意味がはっきりしている。これを確率の概念と対応させるときはなんらかの多数回の試行なり実験と結びつく必要がある。たとえば、この街にはクシーが200台あったとしよう。１から200までの数字を書いたカードを用意し、そこからでたらめに１枚引いたときそれが緑のタクシーである確率、青のタクシーである確率が対応する。

「緑のタクシーである確率」は0.85であり、「青のタクシーである確率」は0.15となる。この場合の「確率」の値の客観的基礎、すなわちどのような実験結果と対応するかははっきりしている。引いたカードの色を記録し、元に戻してから再び１枚のカードを引き色を記録する。この操作を何回も繰り返していく、100回、200回、500回、…と繰り返していったとき、緑色のタクシーである相対頻度は次第に0.85に近くなり、青色のタクシーである相対頻度は0.15に近くなっていく、この場合には、相対頻度の安定していく値としての確率は、200台の中で、緑のタクシーと青のタクシーの「構成比率」と等しくなっている。

次に、証人が色を正しく識別できる場合が80%であり、正しく識別できない割合が20%であるという点を分析したい。

この意味は、同じような状況でランダムに多数のタクシーを見せ、「正しい」「誤り」を記録

していく。この場合、どちらの色を何台どのように見せるかは問題ではない。100台、200台、500台、…とタクシーを見せていくと、正しい判断をする相対頻度が次第に0.8の割合になっていき、誤った判断をする相対頻度が次第に0.2の割合になっていくという意味である。

もし緑のタクシーだけを100台見せればほぼ80台を緑と正しく識別し、ほぼ20台を誤って青色と識別する。もし青のタクシーだけを100台見せればほぼ80台を青と正しく識別し、ほぼ20台を誤って緑色と識別する。緑のタクシーを100台と青のタクシーを100台見せれば上の2つを合わせて、ほぼ100台を緑と識別し、ほぼ100台を青と識別する。

最後に問題の核心である、「青タクシーが犯人である確率」について分析すると次のようになる。

「ひき逃げタクシーを1台見てその色を青と識別した」という事柄は1回限りの出来事である。その証人の判断が正しかったのか間違っていたのかの真実は１つしか存在しない。結果がすでに起こってしまい、証言どおりに青であるのかそれとも緑であるのかは客観的に定まっているのである。このように結果が定まった事象について「確率」を考えるのは同じ状況下での試行が多数繰り返された中の１つとして考えるのである。

「証言どおりに青タクシーが犯人である確率」を考える場合に、確率に対応する「同じ状況下での多数回の試行」がいくつも考え得る。

第１種の試行

この証人が青であると証言しているのであるから、「青タクシーが犯人である」ということと「青という証言の判断が正しい」すなわち「証言が正しい」ということはまったく同じ内容である。

彼にタクシーをたくさん見せて判断してもらい、その判断が正しいか間違っているかを記録していく。彼に緑のタクシーを見せても青のタクシーを見せても彼の識別が正しい割合はほぼ80%であるという前提がある。「彼の判断が正しい確率」は0.8となる。

この場合の「確率」を現実の数値として実現する「同じ状況下での多数回の試行」は、「何色でもよいがタクシーをたくさん見せてその判断が正しいか誤っているかを記録する」となる。

今彼が青と証言した、証言が正しければひき逃げをしたタクシーは本当に青であったことになる。そのようなことが起きる「確率」を「何回も判断させ正しい判断かどうか試行の１つの結果とする」という考えである。

第２種の試行

彼に緑のタクシーと青のタクシーをいろいろ見せ、たとえば緑のタクシーを100台、青のタクシーを100台見せると、次の４通りがある。

1．緑のタクシーを緑と識別する場合がほぼ80回。
2．緑のタクシーを青と識別する場合がほぼ20回。
3．青のタクシーを緑と識別する場合がほぼ20回。
4．青のタクシーを青と識別する場合がほぼ80回。

この４通りの中で、「青のタクシーであった」と証言するのは20回＋80回＝100回である。これを「100回の試行」と考え、その中で、「証言が正しく、ほんとのタクシーは青であった」場合は、80回となっている。「青のタクシーであったと証言する回数が1000回になれば、その中で「証言どおり犯人は青タクシーであった」と

いう場合はほぼ800回となる、相対頻度は0.8に近くなっていく。すなわち、「青タクシーであった」と証言する場合だけを考えた中で、その証言どおりに「犯人は青タクシー」の確率は0.8となる。この場合の「確率」に対応する試行は、緑と青のタクシーを同数づつ多数回見せ、その中で「青タクシー」と識別する場合を取り上げ、それが真実かどうかを判定するという試行が対応している。

第３種の試行

第２種の試行において、緑のタクシーと青のタクシーを同数ずつ見せるところを、この街のタクシーからランダムにとってきて見せるとしよう。この考えは、この証人がこの街でいろいろ歩いてみたとき出会うタクシーの色の割合と同じだけ見せるという考えである。

この街のタクシーからランダムに100台とってくるとほぼ85台が緑のタクシーであり、ほぼ15台が青のタクシーである。証人の識別とその数は次のようになる。

１．緑のタクシー85台のうち、緑と識別するのは85×0.8=68台である。
２．緑のタクシー85台のうち、青と識別するのは85×0.2=17台である。
３．青のタクシー15台のうち、緑と識別するのは15×0.2=３台である。
４．青のタクシー15台のうち、青と識別するのは15×0.8=12台である。

ここでは、「青」と判断した回数が17＋12＝29回となり、その中で判断が正しかった場合が12回となっている。したがって、85台の緑のタクシーと15台の青のタクシーを見せたとき、「青という判断だけを考えその中でその判断が正しかった場合」の相対頻度はほぼ$\frac{12}{29} \fallingdotseq 0.41$となる。すなわち、「青という判断においてその判断が正しい確率は0.41」ということになる。この「確率」に対する試行は、「街の中を走っている緑と青のタクシーと同じ割合で証人にタクシーを見せ、青という証言だけを取りだし、その中でその証言が正しい場合を取り出す」という内容である。

3　タクシー問題の答えは１つではない

従来、タクシー問題の解は「第３種の試行」に対応する答えだけが「正解」とされる場合が多かった。たとえば、「数学的な解答（しばしば“規範解”という）は、何と41％で、相当低いのである」（市川伸一編著「認知心理学を知る」（おうふう）141頁）に示されている。

そして、「ひき逃げをしたタクシーが証言どおりに青であった確率」を0.8と考えるのは直感的な解であり、「どうしてわれわれの直感的な確率は規範解と一致しないのであろうか」という研究がおこなわれてきた。

しかし、はじめに紹介した「タクシー問題」の文章を読んで、質問されている「確率」の意味は明確に指示されているとはとても言い難いのである。「これこれの事象が起きる確率はいくらか？」という質問が意味を持つのは、その確率の客観的基礎となる「同じ状況下での多数回の試行」が明確にされている必要がある。

この点については「ベルトランのパラドックス」が有名である。

「ある円に弦をでたらめに1本ひく、その長さがその円に内接する正三角形の１辺より長い確率はいくらか」

という問題がある。

この場合の「確率」は実はいろいろな値が考えられるのである。それは「でたらめに１本の弦をひく」という試行があいまいで、いろいろ

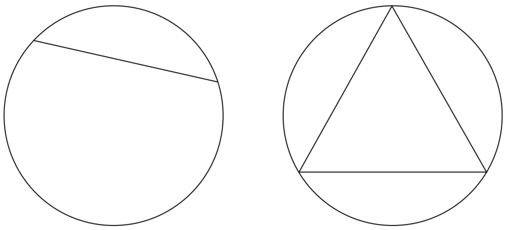

図1　ベルトランのパラドックス

な「多数回の試行」が可能だからである。ここではベルトランのパラドックスには立ち入らないが、１つの直径を定めておいて直径上の点をランダムに一様にとり垂直な弦を引くという実験の場合には「確率」は0.5となる。それに対して、円周上の点をランダムに一様にとり一つの直径に垂直に弦を引く実験を対応させると確率は$\frac{1}{3}$となる。このほかいろいろな引き方を定めるとそれに応じて確率の値が変わってくるのである。

このベルトランのパラドックスの教訓は、「確率の値を議論するときは、確率に対応する多数回の実験の内容を明確に定めておかなくてはならない」ということである。

「タクシー問題」の場合にベルトランのパラドックスと同じ問題が起こっているのである。「証言どおり、青タクシーが犯人である確率」と言ったとき、どのような試行を多数回おこない、その中でどのような事象のおこる相対頻度を基にしているのか、という点が明確にされていない。

このようなあいまいな「確率」を問われたとき、ベルトランのパラドックスと同様に、どのように考えた解が「正解」とか「規範解」とかは言えないのである。

従来の認知心理学における研究内容は、この点で大きな誤りをおかしているのである。ベイズの定理に対応する第３種の試行に基づく確率だけを「規範解」「正解」「数学的な解」とし、われわれの直感的な確率の考えがそれに合わないのはなぜかという問題の立て方自体が間違っているといえよう。

4　多数回の試行を明確にした質問と正当率

「タクシー問題」を私立大学文科系の学生215人に与えた。従来の質問のしかたではほとんどが80%と答えるという結果が出ているので、ここでは「多数回の試行」を明確にした質問をおこなった。

［1］この証人に、緑色のタクシーを100台見せたとしよう。彼の判断が正しい場合は,ほぼ$\boxed{\text{A}}$回である。彼に青色のタクシーを100台見せたとしよう。彼の判断が正しい場合は、ほぼ$\boxed{\text{B}}$回である。

彼にいろいろな色のタクシーを見せ、正しく判断するかどうかだけを記録していく。彼が正しく判断する相対頻度はほぼ$\boxed{\text{C}}$である。したがって、正しい判断をする確率は$\boxed{\text{D}}$であるといえる。彼が「青タクシーが犯人」と言っている今、「それが正しく、青タクシーが犯人である確率」は$\boxed{\text{E}}$である。

この質問にたいして、「青タクシーが犯人である確率」を、80%あるいは$\frac{4}{5}$と答えたのは、204人、95%であった。

これは自然な質問なので正当率は高い。その他の解答は、10人（５%）は$\frac{3}{25}$という答えであった。その計算根拠を見ると次のようになっていた。

$$\frac{15}{100}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$$

これは、「青のタクシーに出会いしかもそれを青と識別する確率」になっている。

もう１つ次のような質問を提示した。

［２］街の中のタクシーから、でたらめに100台選び出すと、およそ$\boxed{F}$台が緑色で、およそ$\boxed{G}$台が青色となる。これをこの証人に見せると、緑色$\boxed{G}$台のうち$\boxed{H}$台を青色という。また、青色$\boxed{H}$のうちおよそ$\boxed{I}$台を青色という。あわせて「青色」と答えるのは、$\boxed{J}$台となるであろう。

この$\boxed{J}$台の中で本当に青色であった台数は$\boxed{K}$である。

すなわち、街の中のタクシー100台をでたらめに選んで彼に見せると、$\boxed{L}$台を青といいそれが正しい場合が$\boxed{M}$台である。彼が「青タクシー」といった場合だけを選び出し、その中で「その判断が正しかった場合」を数える、「青タクシーと言った中でその判断が正しかった相対頻度」はおよそ、$\boxed{N}$である。

このような状況では、「彼が青と言った中で、それが正しい確率」は$\boxed{N}$と言える。

この質問に対して、最終的な答えが$\frac{12}{29}$となったのは、178人（83%）であった、その他の答えが37人いる中で、$\frac{15}{29}$という答えが28人であった。これは途中の経過を見ると、緑と青を途中で取り違えた結果であろうと思われる。

この解はいわゆるベイスの定理に対応する考えであるが、ベイズの定理に対応する「同じ状況下での多数回の試行」の内容を明らかにすれば正当率はかなり高くなることを示している。

5　タクシー問題とベイズの定理

タクシー問題の核心は、「証人がひき逃げしたタクシーを見て、青いタクシーである」と証言したというたった１つの出来事に対して「どのような多数回の試行の1つと考えるか」にある。

第１の考えは、いろいろな色をでたらめに見せて、「正しい判断であるか誤った判断であるか」だけを記録していき、「正しい判断の相対頻度と確率を考える」という方法である。今彼が「青いタクシーである」と証言した。証言どおりに青のタクシーであるというのは彼の証言が正しい場合である。彼が正しい証言をする相対頻度は0.8に近く、「証言どおりにひき逃げしたタクシーが青である確率は$\frac{12}{29}$となる。

第２の考えは、彼にたくさんのタクシーを見せるのは同じであるが、この街に走っているタクシーと同じ割合の緑と青のタクシーを見せる。彼は緑と判断する場合と青と判断する場合がある。

彼が青と判断した場合だけを取り上げることにする。この中には「本当は緑であったのに間違って青と識別した」場合と、「もともと青であったものを正しく青と識別した」場合が含まれている。このような状況を正しく伝えることによって、「青と識別した場合だけを考え、その中でもともと青であった確率」を考えるように指示すればかなりの人が自然にベイズの定理を適用したのと同じ計算をするのである。

ただし、ベイズの定理そのものは確率の関係で表されている。

一般的に記号で表すと次のようになる。

$$P(A\backslash B) = \frac{P(A)\times P(B\backslash A)}{P(B)\times P(B\backslash A)+P(B)\times P(B\overline{\backslash A})}$$

ここで A を「本当に青」とおき、B を「青と判断する」という事象に置き換えて適用すると次のようになる。

$$P(\text{「本当に青」}|\text{「青を見たと証言」}) = \frac{0.15\times 0.8}{0.15\times 0.8+0.85\times 0.2} = \frac{12}{29} \fallingdotseq 0.41$$

「同じ状況下での多数回の試行」がわかったとしても、いきなりこのような形で内包量的な計算により「確率」を求めるのは容易ではない。

83%という高い正当率になったのは、「多数回の試行」として具体的に100台のタクシーを見せた場合を提示し、外延量的に計算した結果である。囚人の問題と同じように具体的に多数回を設定すると理解が容易になることを示している。

6　感染者問題

「感染者問題」と言われるのは次の問題である。

「ある国では、男性1000人に１人の割合で、ある病気に感染しているという。検査薬によって、感染していれば0.98の確率で陽性反応が出る。ただし、感染していない場合にも、0.01の確率で陽性の反応が出るという。さて、いま１人の男性に陽性反応が出たとして、この男性が感染者である確率はどれだけか.」

はじめにこの問題の内容を検討しておこう。「感染していれば0.98の確率で陽性反応が出る」という場合の「確率」の客観的基礎は、感染している人を多数検査すれば、陽性反応が出る人の相対頻度がほぼ0.98となる点にある。同じく、「感染していない場合にも、0.01の確率で陽性の反応が出る」という場合の「確率」も、感染していない人を多数集めて検査をすれば、陽性反応が出る人の相対頻度が0.01に近いという客観的基礎に基づいている。

いまある特定の人が病院に来て体の不調を訴え、医師の判断でこの検査薬による検査を受けたという設定である。検査の結果は「陽性」であった。ここで「感染者である確率」を考える場合、どのような多数回の試行を想定するかが問題である。「感染者問題」の文章からは一意的な多数回の試行を考え出すのは無理である。最低限次の２つの試行が想定でき、それぞれの場合の「感染者である確率」が違ってくる。

第１の試行

この患者に「陽性」という検査結果が出たのは、「感染していて0.98の確率で陽性と出た」場合と、「感染していなくて0.01の確率で陽性と出た」の２つの場合がありうる。確率0.98の結果が出たのか、確率0.01の結果が出たのかが問題である。確率0.98というのはほとんど確実に起こることであり、確率0.01というのはめったに起こらない事柄である。したがってどちらの事象が起きたかを考えればほとんど確実に起こることが起きたと考えるのが妥当であろう。すなわち「感染していた」という可能性がかなり高いといえよう。しかし、100%と０%ではないので「感染していなかったが陽性と出た」可能性もわずかではある。この可能性を数値的に求めようとすると、0.98の確率で起きたことと、0.01で起きたことを比較することになる。0.98と0.01を合わせて0.99とし、その中で0.98の場合がどのくらいあるかを計算する。

$$\frac{0.98}{0.98+0.01}=\frac{98}{99}\fallingdotseq 0.99$$

この計算は0.98と0.01を扱っているので、感染者を100人検査すればほぼ98人が陽性反応を示し、感染していない人を100人検査すればほぼ１人が陽性反応をするという客観的事実に基づいている。「感染していて陽性と出たのか」「感染していないのに陽性と出たのか」を実験するのに、感染者100人と感染していない人100人について調べ、陽性反応がどのように出るかを調べた場合に相当する。次の４つの場合に分類される。

1．感染者100人の中で、陽性反応が出るのがほぼ98人である。

2．感染者100人の中で、陽性反応が出ないのがほぼ２人である。
3．感染していない人100人の中で、陽性反応が出るのがほぼ１人である。
4．感染していない人100人の中で、陽性反応が出ないのがほぼ99人である。

このような実験の結果、陽性反応が出るのはほぼ98＋１=99人である。陽性反応が出たこの99人だけについて確率を考えるのである。99人の中で本当に感染している人の割合は、$\frac{98}{99}$ ≒ 0.99となる。

第２の試行

もう１つの試行はベイズの定理に対応するものである。体の不調を訴えて病院に来た１人を、数多い男性の中からランダムに選んだと考える。したがって多数回の試行を考える場合に、第１の試行のように感染者と感染していない人を同数調べるのではなく、大勢の人の中の感染している人と感染していない人の割合に応じて検査するという試行を想定することになる。

一般の人の中からランダムに100000人を選んだとしよう。この中にはほぼ100人の感染者と、ほぼ99900人の感染していない人がいる。これらの人の中で陽性と出る人と出ない人は次の４つの場合に分類される。

1．100人の感染者の中で、「陽性と出る人」はほぼ100×0.98=98人である。
2．100人の感染者の中で、「陽性と出ない人」はほぼ100×0.02=２人である。
3．99900人の非感染者の中で、「陽性と出る人」はほぼ99900×0.01=999人である。
4．99900人の非感染者の中で、「陽性と出ない人」はほぼ99900×0.99=98901人である。

このような検査を大々的におこなったとすると、「陽性と出た人」の人数はほぼ98＋999＝1097人となる。この場合だけに注目してこの中で、「感染者であった場合」と「非感染者であった場合」を確率的に考える。陽性という結果が出た1097人の中で、本当に感染していた人は98人であった。したがって、「陽性という結果が出た人の中だけで考えれば、その中に本当に感染している人の相対頻度はほぼ $\frac{98}{1097}$ ≒0.09となる。このように考えると、「陽性反応が出た人が本当に感染している確率は0.09である」ということになる。

この場合の確率の客観的な基礎となっているのは、「普通の人をきわめて多数集めて検査してもらう。（当然その中にはほぼ1000人に１人の割合で感染者がいることになる。）検査の結果, 陽性であった人だけを集めてくる。その人たちの中だけで本当に感染している人の相対頻度を調べる」という試行である。

7　感染者問題の質問の仕方と正当率

もともとの「感染者問題」で求められている、「この男性が感染者である確率」という場合の「確率」の意味はただ1つに確定するものではない。「確率」の客観的基礎となる「多数回の試行」の具体的内容を明確にしなければいろいろな答えが出るのは当然のことである。そこで、以下のように「多数回の試行」がはっきりするような形で質問した。

［１］感染者を100人集めてきて検査する。陽性という結果が出るのはほぼ🄰人である。非感染者を100人集めてくる。陽性という結果が出

るのはほぼ🄱人である。

両方のグループの検査結果を合わせて、陽性と出る人はほぼ🄲人である。この中だけで考えたとき本当に感染している人はほぼ🄳人である。陽性と出た人の中で感染している人の相対頻度はほぼ🄴である。したがって、この男性が感染者である確率は🄵である。

この質問を私立大学文科系学部の1年生154人に聞いたところ、$\frac{98}{99}$と答えたのは137（89%）であった。

［2］男性多数をランダムに選んでくる。100000人を選んでくるとその中には感染者がほぼ🄰人いるはずである。非感染者はほぼ🄱人いるはずである。感染していれば0.98の確率で陽性反応が出るので、感染者🄰人を検査するとほぼ🄲人に陽性反応が出る。感染していなくても0.01の確率で陽性反応が出るので、非感染者🄱人を検査するとほぼ🄳人に陽性反応が出る。

両方のグループの検査結果を合わせて、陽性と出る人はほぼ🄲人である。この人たちの中だけで考えたとき、本当に感染している人はほぼ🄳人である。陽性と出た人の中で感染している人の相対頻度はほぼ🄴である。したがって、この男性が感染者である確率は🄵である。

この質問を私立大学文科系学部の1年生154人に聞いたところ、$\frac{98}{1097}$と答えたのは131人（85%）であった、

8　感染者問題にたいする「直感と規範解の乖離」

いままでの認知心理学の文献では、「第1種の試行」に対する確率を「直感的な解」といい、「第2種の試行」に対する確率を「規範解」として扱い、その「乖離」を問題にしてきた。たとえば、「かなり精度の高い検査薬を用い陽性反応が出たのにもかかわらず、感染者である確率は、0.089という小さな値であることに、意外という印象を持った読者が多かったのではないだろうか。陽性であっても非感染者である確率は、1－0.089＝0.911とかなり大きい。実は、こうした直感と規範解の乖離こそが、心理的なバイアスとして扱われる問題となるのである。」（市川、1996）

2つの（あるいはもっとたくさんの）確率が考えられるのは、「直感と規範解の乖離」ではなく、「確率をどのような多数回の試行と結び付けて考えるか」という問題なのである。

「直感と規範解の乖離」を主張する人は乖離の理由を次のように説明する。「ベイズの解が意外な感じがするのは、私たちが検査薬の信頼性の高さのみに目を奪われ、もともとの感染者の割合（事前確率）に注目しないからである。数学的な解法を見ると、事前確率が0.01と小さいために、いくら検査薬の精度が高くても、感染で陽性反応が出る可能性（0.001×0.98）は小さくなり、一方、非感染で陽性反応が出る可能性（0.999×0.01）のほうがはるかに大きくなっているのである。ベイズ的な確率推定問題を直感的に考えると、このように、事前確率を無視してしまうことがしばしばある。」

確率を考える場合の多数回の試行に、「感染者の割合に応じて人を選んできて検査する」という考えはそれほど自然ではない。われわれが第1にそのような試行に基づく確率を考えられないからといって、「確率を直感的に考えている」ということにはならない。また、この場合の確率を「数学的な解法」というのも妥当ではない。ベイズの定理に対応する第2種の試行とそれに基づく確率が思い付かないからといって「確率についての直感力が乏しい」などと考える必要はない。

また、第１種の試行による確率も、第２種の試行による確率も、同じレベルの確率計算であり、後者が特別「数学的」とはいえない。

「感染者問題」で聞かれている「確率」の意味があいまいであり、第１種の試行とそれに基づく確率を考えるのはごく自然であり、「間違っている」とか「本当は違うのだ」とか「数学的にはそうはならないのだ」という評価は間違っていると言えよう。

9　まとめ

「タクシー問題」にしても「感染者問題」にしても、ベイズの定理に対応する「確率」のみが「規範解」とか「数学的な解」と呼ばれるのは妥当ではない。２つの問題とも、「確率」の客観的な基礎が明確にされるているとは言い難い。

ベルトランのパラドックスで明らかなように、「多数回の試行」をどのように考えるかによっていくつかの解が「合理的な解」として考えられるのである。従来、「規範解でない直感的な解」といわれてきた考えも、「多数回の試行」を対応させて考えるときわめて合理的な解であることがわかる。むしろこちらの方が自然で妥当であるといえる。いわゆる「事前確率」を考えるのはある意味で不自然でさえある。従来の意味で「直感的な解」といわれていた考えは「最も自然で合理的な解」ということさえできる。

〈参考文献〉

1. Falk, R. 1992 A closer look at the probabilities of the notorious three prisoners. Cognition, 43, 197-223.
2. Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. Eds, 1982 Judgment under Uncertainty : Heuristics and Biases. Cambridge University Press.
3. Shimojo, S. & Ichikawa, S. 1989 Intuitive reasoning about probability : Theoretical and experimental analyses of the “problem of three prisoners”. Cognition, 32, 1-24.
4. 市川伸一・伊東裕司編著「認知心理学を知る」1993　おうふう
5. 岩波講座　認知科学８「思考」1996　岩波書店
6. 市川伸一編「認知科学４」1996　東京大学出版会
7. 市川伸一著「考えることの科学」－推論の認知心理学への招待　1997　中公新書　中央公論社
8. 小林厚子　確立判断の認知心理（1）1998　東京成徳大学研究紀要第５号
9. 佐伯胖　認知科学の方法（認知科学選書10）1986　東京大学出版会