

第 6 講 消費者行動の理論 (5) 交換経済ほか

1. 4.3 節「交換経済における競争均衡」の基礎となる考え方を説明する.
2. 経済学でよく利用される効用関数を紹介し, その需要関数を導出する.

1. 交換経済

	財 1	財 2
賦存量	e_1	e_2
消費量	x_1	x_2

財 1 の価格を p_1 , 財 2 の価格を p_2 とすると, 交換経済における予算制約式は,

$$p_1(x_1 - e_1) + p_2(x_2 - e_2) = 0 \quad (1)$$

と表すことができる.

(理由) 手持ちの財をすべて市場で売却したとすると,

$$m = p_1 e_1 + p_2 e_2 \quad (2)$$

だけの所得が得られる. 予算制約式 $m = p_1 x_1 + p_2 x_2$ に (2) 式を代入すると (1) 式が得られる.

(1) 式の予算線は, 点 $A(e_1, e_2)$ を通る傾き $-p_1/p_2$ の直線である. 消費者の最適化問題は次のように定式化される.

$$\max_{x_1, x_2} u = u(x_1, x_2) \quad \text{subject to (1) 式}$$

最適化の条件

$$MRS_{21} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$p_1(x_1 - e_1) + p_2(x_2 - e_2) = 0$$

を解くと, 主体的均衡 $E(x_1^*, x_2^*)$ が得られる.

$x_1^* - e_1$ を財 1 の超過需要, $x_2^* - e_2$ の財 2 の超過需要という. 超過需要は, 相対価格 $p = p_1/p_2$ の関数である.

問題

初期賦存量を $(e_1, e_2) = (60, 30)$, 効用関数を $u = x_1^2 x_2$ とする. 各財の超過需要を相対価格 $p = p_1/p_2$ を用いて表せ.

2. よく知られた効用関数

(1) 対数効用関数

$$u = a \log x_1 + b \log x_2 \quad (3)$$

($a > 0, b > 0$ は定数)

限界代替率

$$MRS_{21} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{ax_2}{bx_1}$$

予算制約式を $m = p_1x_1 + p_2x_2$ とする。効用最大化の条件は、

$$\frac{ax_2}{bx_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$m = p_1x_1 + p_2x_2$$

である。これを解くと、需要関数は、

$$x_1^* = \frac{a}{a+b} \frac{m}{p_1}$$
$$x_2^* = \frac{b}{a+b} \frac{m}{p_2}$$

となる¹。

(2) レオンチェフ型効用関数

$$u = \min \left\{ \frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{b} \right\} \quad (4)$$

($a > 0, b > 0$ は定数)

$\min\{.,.\}$ とは、両者を比較して小さい方を取り出せという意味。つまり、

$$\min \left\{ \frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{b} \right\} = \begin{cases} \frac{x_1}{a} & \text{if } x_2 \geq \frac{b}{a}x_1 \\ \frac{x_2}{b} & \text{if } x_2 \leq \frac{b}{a}x_1 \end{cases}$$

無差別曲線 $\bar{u} = \min \left\{ \frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{b} \right\}$ は、点 $(a\bar{u}, b\bar{u})$ を頂点とする L 字型の折れ線で表せる。

予算制約式を $m = p_1x_1 + p_2x_2$ とする。効用最大化の条件は、

$$x_2 = \frac{b}{a}x_1$$

$$m = p_1x_1 + p_2x_2$$

である。これを解くと、需要関数は、

$$x_1^* = \frac{am}{ap_1 + bp_2}$$
$$x_2^* = \frac{bm}{ap_1 + bp_2}$$

となる。

講義資料 <http://www1.doshisha.ac.jp/~kmiyazaw/>

¹(1) 式を最大化することと、 $u = x_1^a x_2^b$ を最大化することは同値である。