

やさしい天文学シリーズ
I. 天体力学 (1)

天体力学の話

古 在 由 秀*

1. はじめに

天体力学は精密科学の最たるもので、天体力学の理論にもとづいて計算すれば、日食の予報は一秒以内の誤差までできる。予報がうまくできるかという点だけを判断の基準とすれば、気象学、地震学、あるいは経済学、社会学、政治学などとくらべれば、天体力学は科学中の科学であるといつてよい。

そんなことをいっても、天体力学で最も簡単な問題の一つである3体問題も解けていないそうではないか。電子計算機が使えれば何でもできるようなことをいっていて、現代の最高級の計算機を使っても、惑星の動きを太陽系の誕生までさかのぼれないそうではないか。

一体、天体力学の現状はどうなっているのか明らかにせよということで、天体力学の話をも4回にわたって書くことにする。

天体力学は300年以上もの歴史をもつ古い学問である。300年前では、動いていること分っている天体は、太陽系内のものに限られていたもので、宇宙のなかのほんの一部の天体の運動だけしかとりあつかわないにもかかわらず天体力学という言葉が使われたのだし、今でもほぼ同じ定義で天体力学という学問が存在している。

英語では天体力学は Celestial Mechanics,あるいは Dynamical Astronomy とよばれる。Astrodynamics という言葉もあるが、これは多少違った意味に使われることが多く、もともとの天体力学が、自然の力だけによって動く天体を対象にしているのに対し、ジェットなどをふかして動くロケットの動きなどを主な目的としている。

また、天体力学と理論天文学とが同義語だった時代もある。今でもソ連のレニングラードに、天体力学の研究だけを目的とした理論天文学研究所があり、50人ほどのスタッフをもっているが、これも昔の名残りをとどめているのであろう。

天体力学の教科書では、ニュートンの運動方程式から出発し、惑星なり衛星がどう動くかを求める方法が主として説明してあるが、天体力学の歴史は、ニュートンの万有引力の法則の発見、ニュートンの運動法則の確立によってはじまったといつてよい。そして、ニュートンの理論のもとには、ケプラーの惑星運動についての3つの法則があり、この法則のもとにはティコ・ブラーヘ

(1546-1601)の長い間にわたっての惑星の位置の観測がある。

長い間にわたって観測を行い、そこから法則性を見出し、更に一般的な原理を導きだす。このような研究の手順は、自然科学では今でも原則としては変わらずに採用されている。

こうして導き出された原理は、更に広い範囲に適用するかどうか確かめられるし、この過程で矛盾が生じ、一旦確立した原理がかえりみられなくなることがあるし、原理が修正されることもある。観測の精度の向上につれても同じようなことがおきる。

ニュートン力学では、少くともティコ・ブラーヘへの観測を完全に説明できる。また、後にふれる海王星の発見など多くの威力を発揮したが、ニュートン力学と矛盾する観測事実も見出されている。

しかも問題となるのは、ニュートン力学で、惑星でも衛星でも、運動方程式が厳密には解けないことで、だからこそ天体力学は300年も続いているのだといえる。悪いたとえかも知れないが、成田新空港が使えるようにならないので、成田空港建設公団がいつまでも解散できないのと事情が似ている。

2. 2体問題

2つの質点がお互いに万有引力で引きあっている時、どんな動きをするのかという問題が2体問題で、これはニュートン力学で完全に解ける。この解き方は、大学の教養課程程度の力学の教科書には出てくるが、話としては次のようになる。

今の場合、2つの質点間の万有引力だけを考えており、他にはどんな力も働いていないのだから、2つの質点の共通重心は静止しているか、等速度運動をする。すなわち、重心の動きは分ってしまう。したがって、一つの質点の動きが分れば、他のものは重心との動きをもとにしてすぐ計算できる。しかも、一つの質点の運動方程式は、重心に原点をおいた座標系でも、相手の質点に原点をおいた座標系でも同じ型にかけ、それが、原点に固定した質点から引力で引かれて動く質点の運動方程式と同じものになることが分る。

こうして、2体問題の運動方程式は一体問題のそれになる。更に、角運動量は、その方向もふくめ変化しないのだから、軌道はその角運動量ベクトルに垂直な一平面上にあることが分る。この平面を xy 平面にとると、3

次元の問題が2次元の平面問題となる。

この平面で、質点の位置を極座標 (r, ϕ) で表わす。角運動量は大きさも変わらないので、 $r^2\dot{\phi}$ は定数となる。ここで $\dot{\phi}$ は角速度を表わしており、これがケプラーの第2法則、あるいは面積速度一定の法則である。

一方、動径 r と角度 ϕ との関係を表わす微分方程式は解け、質点の軌道は原点を焦点とする2次曲線となることが分る。2次曲線が、楕円になるか、放物線になるか、双曲線になるかは質点のエネルギーにより、エネルギーの値が負だと楕円に、正だと双曲線に、ゼロだと放物線になる。また、その値によって、長軸の長さも決まる。

この軌道上を、質点が時間とともにどう動くかは、角運動量の式を解いて知ることができるし、角運動量の大きさと2次曲線の具体的な形——楕円でも円に近いのか、扁平かといったこと——が決まる。

太陽系内の、太陽と一つの惑星との関係は2体問題である程度近似できる。2体問題として考えると、惑星の軌道は太陽を一つの焦点とした楕円となる。太陽系内の天体の位置を表わす座標系の基準面—— xy 平面——として黄道面を採用し、太陽を原点にとる。

惑星の軌道面は、その黄道面との傾き——軌道面傾斜角 i ——、黄道面との交線の方向——昇交点黄経 Ω ——で位置が決まる。昇交点では惑星は南から北に黄道面をよぎることになる。

この軌道面上で楕円をかくには、その長軸の方向、楕円の形、大きさが分らなければならない。長軸の上に、軌道上惑星が太陽に最も近づく近日点と、最も遠ざかる遠日点とがある。昇交点の方向を基準として測った近日点の方向が近日点引数 ω で、この角度で長軸の方向が決まる。楕円の形と大きさは、離心率 e と長半径 a で決められる。離心率は、短半径を b とすると $e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$ で定義できる。焦点と楕円の中心との距離は ae である。

こうして、楕円の軌道をえがくことができるのだが、軌道上の惑星の位置は、惑星が近日点を通過する時刻 T を知って求めることができる。

軌道面傾斜角、昇交点黄経、離心率、近日点引数、長半径、近日点通過の時刻の6つの量は、ケプラーの軌道要素とよばれ、これさえ分っていれば惑星の座標や速度を、時間の関数として知ることができる。

この6つの量は、惑星の初期値に対応する。すなわち、初期における惑星の座標の3つの成分と、速度の3つの成分がこれで、この初期値を知っても惑星の過去と未来の動きが一意的に計算できる。したがって、6つの初期値から6つのケプラー要素が決まり、ケプラー要素からも、もちろん初期値が計算できることが分る。

ケプラー要素を知って惑星の位置を計算してみよう。このためには、まず長半径から平均運動 n を計算しなければならない。平均運動は惑星の平均の角速度で、 360° を公転周期でわったものである。長半径 a と平均運動との関係を表わすのがケプラーの第3法則で、 G を万有引力の定数、 M, m を太陽と惑星との質量とすれば、

$$n^2 a^3 = G(M+m) \quad (1)$$

と書ける。

この平均運動 n を使って、時間 t での平均近日点離角 l を

$$l = n(t - T) \quad (2)$$

として定義する。ここで T は近日点通過の時刻である。この l と、近日点から測った惑星の角度である真近日点離角 f とは、近日点と遠日点とでは一致し、近日点をすぎると $f > l$ で、遠日点から近日点までは $f < l$ となる。その差はラジアンで表わすと、最大で $2e$ ほどになる。

平均近日点離角は、角運動量の関係を使って、離心近日点離角というものにかえられ、これから動径 r や真近日点離角 f が計算できる。こうすれば、軌道面上の惑星の xy 座標はすぐ計算できるし、これから直交変換をくりかえして、黄道面を基準面とした座標系での位置や速度が求められる。

3. 軌道要素の変化

理科年表には、惑星の6つの軌道要素の値が表になっている。ただし、近日点引数の代わりに近日点黄経 $\omega = \omega + \Omega$ が、近日点通過の時刻の代わりに、 $t=0$ での平均近日点離角 l の値があたえてある。ところで、これらの値が毎年少しずつ変わってきていることに気がつく方も多いと思う。 $t=0$ 、すなわち元期での平均近日点離角の値は、元期が毎年違っているので違った値をとっても当然なのだが、他の要素は2体問題でなら変化しないはずである。

もっとも、昇交点黄経や近日点経度を測るものになる春分点の位置が歳差運動によって動いているので、2体問題であってもこの2つの量は変化する。実際、この2つの要素の変化は、主として歳差によるものである。

ところで、これらの要素もふくめ惑星の軌道要素はすべて、他の惑星の影響で時間とともに変化している。黄道面も実は地球の軌道面なので、他の惑星の作用で少しずつは変化し、春分点の位置も動いている。

他の云い方をすれば、地球をふくめた惑星の軌道は、楕円ではなく、もっと複雑な形をしている。といっても、軌道は楕円とあまり変わらず、そのために惑星の軌道はケプラーの軌道要素を使って表わしているのである。

理科年表などであたえられている惑星の軌道要素は、元期で軌道に接する楕円のケプラー要素である。すなわ

ち、この元期での惑星の座標と速度から計算したケプラー要素があたえられているのである。軌道が正確に楕円になっていれば、軌道上のどの点での座標と速度とを使っても、同じ軌道要素が求められる、ところが、惑星の軌道では、軌道上の各点で求められる要素は少しずつ違ってくるはずであり、各点での接触楕円の要素、すなわち接触軌道要素が各点であたえられる。ところが、軌道要素と座標や速度との関係は、2体問題でのものと同じで、要素の値を少しずつ変えて同じ式で座標や速度が計算できる。

ところで、軌道要素が時間とともにどう変わるか、理論的にその表現式を求めるには非常に面倒な計算をしなければならない。軌道要素が変化するのは、他の惑星の引力によるのだが、その引力を計算するには作用を及ぼしあっている惑星の軌道が分っていなければならない。ところが、その軌道が分っていないのだから、先ず惑星の軌道は楕円と仮定して計算をはじめなければならない。ともかく、惑星の質量は、最大の木星でも太陽の1000分の1、地球などでは太陽の30万分の1であるから、一つの惑星に作用する他の惑星の引力の強さは、太陽の引力にくらべてそれだけ弱い。そこで、他の惑星の作用によって、軌道要素が変わるといっても、一公転周期の間でせいぜいこの惑星の質量ほどで、1000分の1程度である。

そこで、軌道要素の時々刻々での値を6桁の精度で知るには、3桁の精度でその変化を知ればよい。したがって、2つの惑星の軌道が楕円であると仮定しても、もともと3桁目までは軌道要素の値は変わらないのだから、3桁の精度で正確に相互位置が、そして相互引力が、したがって要素の変化が求められるはずで、そこで6桁の精度で惑星の位置が正確に計算できるはずである。

ところで、このような議論は、惑星間の会合周期、あるいは各々の公転周期での軌道要素の変化についてだけいえることで、惑星の軌道要素の変化はもつと複雑である。変化の周期にはもつと長いものもふくまれているし、更には時間とともに一方的に増加したり減少したりする成分もふくまれている。

会合周期などと同じ程度の長さの周期の変動を周期摂動とよぼう。各軌道要素の変動の表現式で、周期成分をさしひいた定数部の値を平均要素とよび、昭和51年からこの値が理科年表に全惑星についてあたえられている。

この平均軌道要素の値も長い眼で見れば変化している。ところが、長半径だけは、特別の場合をのぞいて平均要素は時間がたっても変化しないことが分っている。2体問題では、長半径はエネルギーに相当していることは前に述べた。惑星のエネルギーは惑星間の相互作用で周期的に変化するが、時間とともに一方的に、長半径あ

るいはエネルギーがふえたりへったりすることがなく、惑星の配列が入れかわることはない。

4. 永年の要素の変化

現在の惑星の軌道の特徴として、一番内側の水星 ($e=0.206, i=7^\circ 00'$) と一番外側の冥王星 ($e=0.248, i=17^\circ 15'$) をのぞいて、離心率は0.1以下、軌道面傾斜角は3:5以下で、ほぼ円軌道で、ほぼ同じ平面上を動いている。この離心率や軌道面傾斜角、平均要素をとってもあまり大きくは変化せず、軌道が非常に扁平になって、軌道が交わりあったりすることはない。

惑星の角運動量を軌道要素で表わすと $m\sqrt{a(1-e^2)}$ となる。全惑星について、角運動量ベクトルをたしあわせると、その和は不変で、これに垂直な平面は太陽系の不変面とよばれ、これは一番大きな質量をもつ木星の軌道面にほぼ一致している。この面を基準として考えると、各惑星の角運動量のZ方向の成分 $m\sqrt{a(1-e^2)} \cos i$ の和は、全角運動量の大きさで、もちろん不変である。このうち a は平均要素では不変であり、 e も i も小さいことを考えに入れると、 $m\sqrt{a} e^2$ と $m\sqrt{a} i^2$ との各惑星の和は平均要素については不変であり、また、この各項の和もそれぞれ不変であることが分る。もともと、 e^2 も i^2 もとても小さな値なので、各惑星間で値のやりとりをしても、どれかが大きな値になるということはないのである。水星や冥王星で、離心率や傾斜角が大きくても、これらの惑星の質量は太陽の600万分の1、200万分の1ととても小さく、これらの惑星の2つの要素がかなり変化しても、他の惑星にはあまり影響をあたえない。逆にいえば、小さな惑星では、他の惑星の作用で、離心率も傾斜もかなり大きな値をとりうるので、こんな値になっているのだろう。

もし太陽系のなかで、かなりの質量を持った惑星で、離心率も水星や冥王星より大きく、軌道面も他のと大きく傾いているものがあれば、この惑星の作用で、長い間にわたって他の惑星の離心率や軌道傾斜角を大きく変え、太陽系の惑星の軌道は現在の状態のようにはなっていないはずである。一つでも異質な惑星がいれば、それにひきずられ、他のものも円軌道に近く、ほぼ一平面上に動くということはいえなくなる。

数年前に、土星の3倍の質量をもち、大きな軌道面をもつ第10番目の惑星の存在を予言した人がいたが、こういうことは、現在の太陽系の姿からはありえないのである。

離心率や傾斜角はあまり大きくなりえないといっても、それでもかなりの範囲内で変化することが分っており、第1表にその上限、下限が冥王星をのぞく各惑星についてあたえてある。同じように、近日点黄経や昇交点

第1表 惑星の離心率と傾斜角の上限・下限, 近日点と昇交点の周期

	離 心 率		近日点	軌道面傾斜角		昇交点
	最大	最小	周 期 万年	最大	最小	周 期 万年
水 星	0.241	0.109	22	9°8	4°5	25
金 星	0.074	0.000	—	3.4	—	—
地 球	0.067	0.000	—	2.9	—	—
火 星	0.141	0.004	7.2	5.9	—	—
木 星	0.062	0.027	30	0.5	0.2	5
土 星	0.086	0.012	4.7	1.0	0.8	5
天王星	0.067	0.000	—	1.1	0.9	45
海王星	0.013	0.005	200	0.8	0.6	190

黄経も大きく変化しており、いくつかの惑星ではこれら
がかなり規則正しく変動し、360° 動く周期が求められ
ているが、周期の分るものについてはそれも第1表に示
してある。

これらの変動は永年摂動とよばれ、ある程度のことは
分っている。周期摂動の変動の幅が 1000 分の 1 ほどで
あるのに対し、永年摂動の変動の幅がより大きいのは、
その周期が長いからである。一公転周期の間には 1000
分の 1 ほどしか軌道要素が変化しなくても、変動の周期
が長いので、その間には振幅も大きくなっていく、とく
に、近日点経度や昇交点黄経は、永年摂動により、時間
とともに一方的に変化するもので、長い間にはその動きは
とても大きくなる。惑星間の相互引力が 3 桁でしか分っ
ていないとしたら、これらの方向の動きの速度も 3 桁で
しか計算できず、近日点や昇交点が 360° まわるとその
位置は 1° の精度で、それらが 10 回まわる間には 10°
の精度でしか分らなくなる。

これらの位置、そして惑星の位置を、長い間にわたっ
て 6 桁の精度で計算したいと思えば、惑星相互間の引力
ももつとずっとくわしく計算しなければならず、惑星の
相互幾何関係も正しく知っていなければならない。

第1近似として、すべての惑星の軌道は楕円と仮定し
て、軌道要素の変化を表わす式を求めたのだから、これ
で惑星の位置が表わせると考え、同じような計算をくり
かえし、より正しい軌道要素の変化を導き出す。こうす
れば、より正確な惑星の位置が、したがってより正しい
相互作用が計算できるので、更に計算をくりかえすと、
更に正しい軌道が求められるはずである。近似をくり
かえすたびに、計算はとても面倒で複雑になるのだが、
これも電子計算機などを使って処理できないはずはない。

しかし問題は、このように近似を進めても、正しい解
に収束するという保証がないのである。この近似の方法
——軌道要素変化の方法あるいは摂動の方法ともよばれ

る——で得られる解には、ある大きさの誤差がつきま
と、しかもこれが時間がたつにつれて大きくなるのであ
る。同じような事情にあるから、3 体問題は厳密には解
けないといわれており、9 つの惑星と太陽とをふくむ
10 体問題も解けないのである。

しかし、ある程度適用できる時間をかぎり、観測の誤
差程度の誤差をゆるすならば、惑星の運動理論は導くこ
とができるし、1000 年位のことをいえば、日食の予報
は割に精度よくできる。しかし、何万年、何十万年先の
ことになるとその精度はずっとおちてくるし、45 億年
前の、太陽系誕生の頃のことになると、惑星の軌道の姿
もほとんど分らないといってよい。

雑 報

低速度移動天体 (1977 UB) の発見

アメリカのヘール天文台のコワルは、パロマー観測所
の 122 cm シュミット望遠鏡で 1977 年 10 月 18 日と 19
日 (U.T.) に撮影した乾板に低速度で移動する恒星状の
天体を発見した。この星像は、コワルの発見以前の 10 月
11 日 (U.T.) にゲールが同じ望遠鏡で撮影した乾板で
も確認された。コワルによる発見位置・等級は次の通り
である。

U.T.	赤径(1950.0)	赤緯	等級
1977年10月 18.38090	2 ^h 05 ^m 34 ^s .09	+12°09'12".5	18
19.42882	2 05 22.79	+12 08 07.5	18

その後、各地で観測され、スミソニアン天体物理観測所
のマースデンが軌道要素を試算したところによると、離
心率=0.031, 近日点距離=15.8, 周期=約 66 年で、現
在の地心距離は 14~17 AU であるという。

軌道面傾斜は 5.2 度と小さいので、我が太陽系の内
で、土星と天王星の間を運動している天体ということに
なり、光度が 18 等ということなので、大きさは半径
100 km 程度の小惑星位いと推定している人もある。

(香西洋樹)

