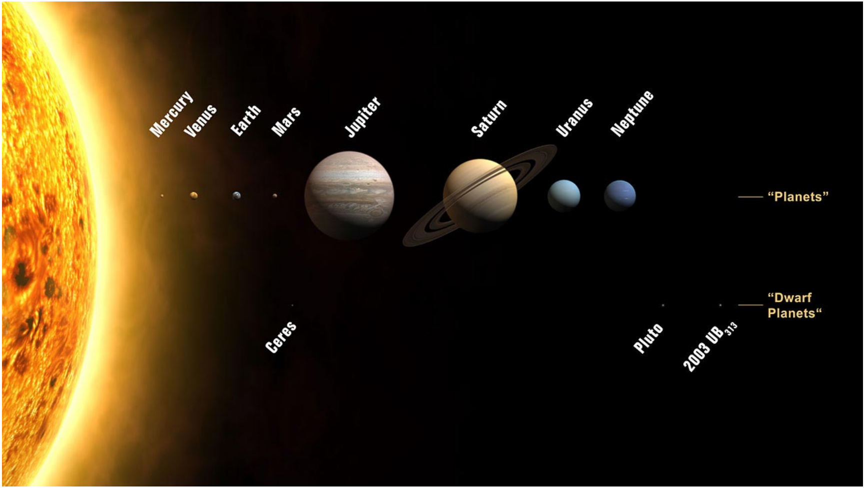
天文単位は永年増加するか!?
太陽系天体の精密位置測定からの新たな問題

荒木田 英禎

早稲田大学 教育・総合科学学術院 教育情報化推進委員会
arakida@edu.waseda.ac.jp

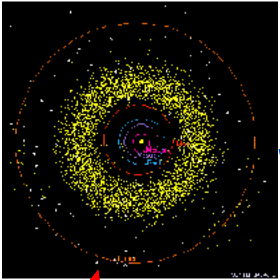
「高精度アストロメトリ観測の時代を迎えた
21 世紀の天文学」研究会
2007 年 9 月 19・20 日 於 国立天文台

話の舞台：太陽系の内惑星領域

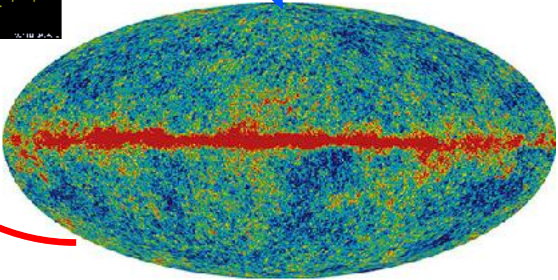


http://www.astroarts.co.jp/news/2006/08/28planet_5/index-j.shtml

局所から大局への手がかり ?!



宇宙の大局的問題に対する
新しい知見?!



力学的影響?!

http://ssd.jpl.nasa.gov/, http://map.gsfc.nasa.gov

話の内容

- イントロダクション
- 天文単位 AU とは何か？
- 天体暦構築と天文単位 AU の決定
- 天文単位増加の原因と Krasinsky & Brumberg の試み
- 高精度アストロメトリへの期待と展望

イントロダクション

衝撃的論文

G. A. Krasinsky & V. A. Brumberg

2004, CMDA, 90, 267

“**Secular increase of astronomical unit** from analysis of the major planet motions, and its interpretation”

Krasinsky & Brumberg の衝撃的結論

1. 惑星レーダー観測/火星探査機の軌道解析
   天文単位 AU が 15 ± 4 m/世紀 の割合で増加
   → 惑星軌道サイズが増加
2. 宇宙膨張の効果 ?: 説明不可
3. 宇宙膨張の運動方程式への寄与と信号 (光) 伝播に伴う時刻系の変換への寄与が互いに相殺
4. 太陽の Mass Loss：微小 (約 0.3 m/世紀)
5. 重力定数 G の変化：除外 (約 0.1 m/世紀)

なぜ AU が増加しているのか分からん ...

天文単位 AU とは何か？

天文単位

時間，長さ，質量に天文単位：天体暦の単位系

- **時間の天文単位：単位** Julian Day
- **長さの天文単位：単位** AU
- **質量の天文単位：太陽質量** M_{Sun} **を** 1

天文単位 AU

- $1\mathrm{AU} = 1.49597870691 \times 10^{11} \pm 3\mathrm{m}$
- **天文学的距離の基本単位**
- **重要な天文定数の一つ**
- **決定精度は** 1 m **以下**
    - **最新の精度：**(±0.2 m, Pitjeva)
- **ただし** AU **は観測量ではない**

天文単位の定義

- GM_{Sun}：太陽系の軌道運動を特徴づける
- GM_{Sun} の次元解析：

$$G \times 質量 = \frac{長さ^3}{時間^2} \Rightarrow 無次元定数^2 \times \frac{長さ^3}{時間^2}$$

天文単位の定義

天文単位 AU の定義：

$$GM_{\mathrm{Sun}} = k^2 \mathrm{AU}^3 \mathrm{d}^{-2}$$

$$k = 0.01720209895$$

Gauss **の重力定数**

$$\mathrm{d} = 86400\mathrm{s}$$

$$(= 24\mathrm{h} \times 60\mathrm{m} \times 60\mathrm{s})$$

Julian day

- $M_{\mathrm{Sun}} = 1, \mathrm{AU} = 1, \mathrm{d} = 1 \rightarrow G = k^2$

天文単位 AU は太陽の
重力定数 GM_{Sun} を表す量と解釈できる

天文単位の定義

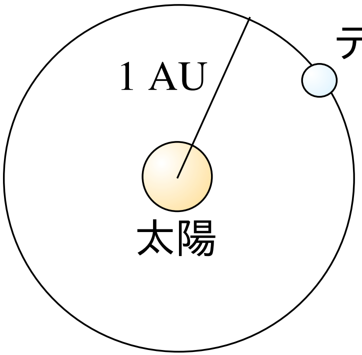
- $k = 0.01720209895$
- $\mathrm{AU} = 1.49597870691 \times 10^{11}\mathrm{m}$
- $\mathrm{d} = 86400\mathrm{s}$

$$
\begin{aligned}
GM_{\mathrm{Sun}} &= (0.01720209895)^2 \\
&\quad \times (1.49597870691 \times 10^{11})^3 \\
&\quad \times (86400)^{-2} \\
&= 1.32712440017987 \times 10^{20}\ \ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}^2
\end{aligned}
$$

天文単位 AU を m で表す事は
GM_{Sun} を見慣れた SI 単位 m, s で表す事

天文単位の定義

天文単位系 $G = k^2$ → **平均運動** $n = \sqrt{G} = k$



半径 1 AU の円軌道

↓

$$T = 2\pi/k$$
$$= 365.25689\ldots\ \text{[Day]}$$

1 AU ：**テスト粒子が太陽の周りを周期** $T = 2\pi/k$ [Day] **で円運動するときの軌道半径**

天体暦構築と天文単位 AU の決定

天体暦

惑星運動を数値的に精密に再現

数値的天体暦

- DE **シリーズ** (Standish, NASA/JPL)
  DE: Development Ephemeris
  ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/
- EPM **シリーズ** (Pitjeva, IAA)
  EPM: Ephemerides of Planets and the Moon
  ftp://quasar.ipa.nw.ru/incoming/EPM2004

解析的 (摂動論的) 天体暦

- VOSP **シリーズ** (Bretagnon, Fienga *et al.*)
  VSOP: Variations Seculaires des Orbites Planetaires
  ftp://ftp.imcce.fr/pub/ephem/

天体暦の用途

- Space Navigation
- **軌道データを使った様々なサイエンス**

天体暦の構築

- 相対論的 (post-Newton) 枠組で構築
- 多彩な観測データに基づく
- 数値積分：運動方程式と変分方程式
- 最小自乗法によるパラメータフィット
- 推定されるパラメータ：175 @ DE シリーズ
  - 惑星の初期位置/初期速度
  - 天文定数群
- 惑星運動：位置 (AU), 速度 (AU/Day) で出力
- 天体暦の精度：観測データ精度に依存

天体暦構築に用いる観測データ

- **光学観測** (0”5 〜 0”05)**：外惑星の軌道改良**
- VLBI/ICRF(〜0”001)**：天体暦を基準系に**
    - ICRF:International Celestial Reference Frame
- **惑星レーダー** (**数** 100 m)**：内惑星の軌道改良**
- **惑星探査機** (**数** m)**：内惑星の軌道改良**
- **月レーザー測距** (**数** cm)**：月の軌道改良**

天体暦の構築

準備：

- 運動方程式，変分方程式 $d/dt[\partial \boldsymbol{x}/\partial \mathrm{AU}]$, ...
- 観測量のパラメータでの直接的偏微分係数 (AU では不要)

初期位置・速度，パラメータの用意

数値積分 (理論値計算)：運動方程式，変分方程式

変分値と観測方程式 → 観測量のパラメータ (AU 等) での間接的偏微分係数

観測データの投入

データ，偏微分係数 → 最小二乗法の実行

収束？ $\Delta\mathrm{AU} < \delta_{\mathrm{AU}}$

Yes

終了

No　再計算 $\mathrm{AU} \Rightarrow \mathrm{AU} + \Delta\mathrm{AU}$

天文単位増加の原因と Krasinsky & Brumberg の試み

天文単位の増加は本当か？

天体暦の権威達も確認している

	AU の変化量 (m/世紀)
Krasinsky & Brumberg[1]	15 ± 4
Standish[2]	7 ± 2
Pitjeva[2]	~ 5

[1] Krasinsky & Brumberg, 2004, CMDA, 90, 267
[2] Standish, 2005, Proc. IAU Colloq. 196, 163

- AU の決定精度は 1m 以下
- 約 10 m/世紀程度の天文単位の増加は明らかに大きい

原因は何か？

- AU の増加 → 惑星軌道サイズの増加
- 惑星の公転周期 T の増加
- 他に T を増加させる要因は？
  GM_{Sun} の減少

GM_{Sun} の減少で説明できるか？

- **太陽の** Mass Loss：GM_{Sun}

$$\frac{\dot{M}}{M} \simeq 3.0 \times 10^{-12}\mathrm{cy}^{-1} \Rightarrow \frac{d\mathrm{AU}}{dt} \simeq 0.3\mathrm{m/cy}$$

- **重力定数** G **の変化**：GM_{Sun}

$$\frac{\dot{G}}{G} \simeq 1.0 \times 10^{-12}\mathrm{cy}^{-1} \Rightarrow \frac{d\mathrm{AU}}{dt} \simeq 0.1\mathrm{m/cy}$$

- GM_{Sun} **の減少では説明できず**
- AU **の増加は宇宙論的 ?!**

宇宙膨張は軌道運動に影響するか？

宇宙膨張は影響しない

- McVIttie (1933)
- Einstein-Straus (1945/1946)

宇宙膨張の影響はある

- Järnefelt(1940/1942)：**微小**, McVittie
- Gautreau (1984)：LT $6 \times 10^{-16} \mathrm{m/cy}$
- Cooperstock *et al.* (1998)：Fermi Coord. $\sim 3 \times 10^{-28} \mathrm{m/cy}$
- Sereno & Jetzer (2007)：FLRW + Λ $\sim 6 \times 10^{-20} \sim 2 \times 10^{-21} \mathrm{m/cy}$
- Mashhoon *et al.* (2007)：LTB $\sim 2.5 \times 10^{-8} \mathrm{m/cy}$

Krasinsky & Brumberg のアプローチ

- 宇宙膨張の影響の有無を調べる
- 観測：惑星レーダー/惑星探査機の軌道解析(時刻計測)
- 宇宙膨張の惑星運動方程式への寄与と
- 信号伝播への寄与の考慮
- 時刻系の変換：太陽系重心座標時 → 地心座標時 (固有時)

運動方程式

- **運動方程式：線形近似**

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{N}} + \frac{1}{c^2}\boldsymbol{F}_{\mathrm{EIH}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{Cosmo}}$$

- $\boldsymbol{F}_{\mathrm{EIH}}/c^2$ **は考慮済，** $\boldsymbol{F}_{\mathrm{Cosmo}}$ **は含まれず**
- Newton + **宇宙膨張**

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{N}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{Cosmo}}$$

で宇宙膨張効果を考察

レーダー観測

- 信号伝播：精密な時間計測
- 太陽系重心座標時 TCB $= t$
  運動方程式，光差方程式の時間変数
- 固有時 τ (協定世界時 UTC)
  地球上の時計の読み
- 観測されるレーダーの往復時間@地上：
  時間の変換：$t \rightarrow \tau$

$$\Delta\tau = \tau(t) - \tau(t - t_d - t_u)$$

メトリック

FLRW (**共形的ガリレイ**) + **太陽重力**

$$ds^2 = \left[A(t,\boldsymbol{r}) - \frac{2GM}{c^2 r}\sqrt{A(t,\boldsymbol{r})} \right] c^2 dt^2 - A(t,\boldsymbol{r}) d\boldsymbol{r}^2$$

$$A(t,\boldsymbol{r}) = \left(1 - \frac{q}{\sqrt{c^2t^2 - r^2}} \right)^4, \quad A = 1 : \text{Newton 近似}$$

運動方程式の解

- 先のメトリックから Lagrangian L
- Euler-Lagrange 方程式を解く

運動方程式の解 (r, λ)：

$$
\begin{aligned}
r &= a\left(1-2\frac{t-t_0}{T}\right) \\
\lambda &= \lambda_0 + n(t-t_0) + n\frac{(t-t_0)^2}{T} \\
T &= \text{宇宙膨張を特徴付ける定数}
\end{aligned}
$$

信号伝播

地球の固有時 τ で計測したレーダー伝播時間：

$$d\tau = dt\left(1+2\frac{t-t_0}{T}\right)$$

惑星の位置推算：固有時から座標時

$$d\tau = \left(1 + 2\frac{t-t_0}{T}\right)dt \to \tau = t + \frac{(t-t_0)^2}{T}$$

$$\to t = \tau - \frac{(t-t_0)^2}{T} \Rightarrow d\lambda = -n\frac{(t-t_0)^2}{T}$$

Krasinsky & Brumberg の結論

軌道運動と信号伝播への寄与が互いに相殺

- 個々には変化量が存在
- r ($-$) と固有時で計った伝播時間 ($+$)

$$\pm 2\frac{t-t_0}{T}$$

- λ ($+$) と固有時→座標時への変換 ($-$)

$$\mp n\frac{(t-t_0)^2}{T}$$

Krasinsky & Brumberg の結論

- AU の決定精度は 1m 以下
- それを上回る AU の増加：15 ± 4 m/cy
- GM_{Sun} の減少で説明不可
- 宇宙膨張の効果は**実質的に観測不可**
- 観測されている AU 増加を説明できない …
- 考えられる要因：**宇宙論的または重力的要因**?!

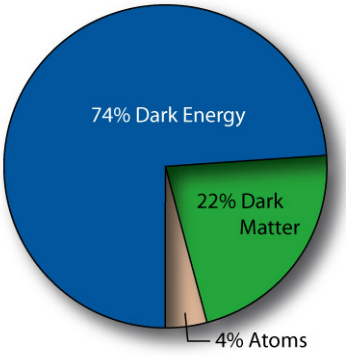
高精度アストロメトリへの
期待と展望

宇宙膨張と太陽系

- 太陽系内の位置天文観測の高精度化
  - 惑星運動の正確な理解
  - 天体暦/天文定数の精密決定
- AU の増加：太陽系内に原因を見付けられず
- 太陽系と宇宙論的(大局的) 重力
  - 重力を介して原理的に影響があるはず
- AU の増加：宇宙論的起源の可能性あり
- 高精度アストロメトリが大きな鍵

宇宙の構成要素

CMB, 1a 型 SNe の m-z 関係から ...



http://map.gsfc.nasa.gov/m_mm.html

- 一様等方 FLRW ＋ Λ →宇宙の 96%は暗黒 ...
- 暗黒なモノは何？ → 謎なぞナゾ ...

小は大を兼ねるか!?

宇宙論的重力効果を太陽系が感じているなら ...

- 暗黒なモノはどれだけあるのか？ないのか？
- 一様等方 FLRW ＋ Λ は妥当？
- 宇宙の非一様性は効く？効かない？
- ベースとなる重力理論は正しい？
  Tensor Grav.? Scalar-Tensor Grav. ?
  Scalar-Vector-Tensor Grav. ? MultiBrane ?
  Strings ? ... And more ?

等の問題解決の手がかりを与える可能性あり

位置天文観測の精密化は
現在の宇宙の姿の解明

につながるだけではなく

宇宙論的問題や重力理論等の
物理学の基礎的問題解決に
結び付く可能性がある

したがって

太陽系内における位置天文観測の
高精度化は天文・天体物理に限らず
基礎物理学においても極めて重要

御静聴
ありがとうございました

補足資料

FLRWメトリックの共形的ガリレイ表現

FLRW

$$ds = a^2(\eta)[d\eta^2 - d\chi^2 - \Sigma^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]$$

変換：

$$r = d\sinh\chi, ct = d\cosh\chi, q\exp\eta = d, \tanh\chi = \frac{r}{ct}$$

共形的ガリレイ計量

$$\begin{aligned} ds^2 &= \Omega^2(t, \boldsymbol{r})(c^2dt^2 - d\boldsymbol{r}^2) \\ &= \left(1 - \frac{q}{\sqrt{c^2t^2 - r^2}}\right)^4 (c^2dt^2 - d\boldsymbol{r}^2) \end{aligned}$$

FLRWメトリックの共形的ガリレイ表現

- **漸近的に平坦(ミンコフスキー/ガリレイ)**
- $g_{\mu\nu} \to \bar{g}_{\mu\nu} \equiv \Omega^2(x) g_{\mu\nu}$
- $t \to \infty$ **で平坦になる**
- **共形的に平坦な時空の存在条件**

$$C_{\mu\nu\alpha\beta} = 0$$

質点重力を含んだ宇宙モデル

既存の Einstein Eq. の解を組み合わせる

- Einstein-Straus，Schücking (Swiss-Cheese)
- Schwarzschild + 宇宙モデル：境界条件で繋ぐ
- 注意：時空同士が Overlap しない
- 惑星運動領域：真空解 → Birkhoff の定理 →静的時空 → 膨張効果現れず

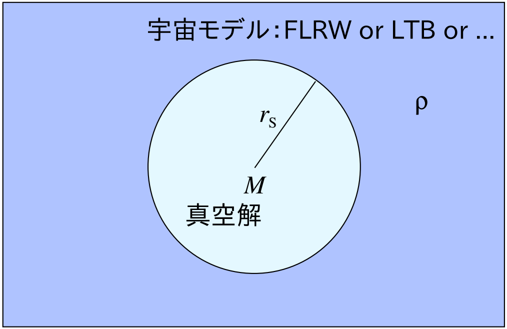
何とか Einstein Eq. の解を求める

- 非常に困難な問題
- McVittie (FLRW)，Gautreau (LT)
- 一見よさそうに見える
- しかし観測量/不変量等の物理的解釈が不明確との指摘あり
- 現状は McVittie 解くらいしか選択肢がない

Schücking 半径

- **時空の真空 (静的) 領域の大きさの目安**
- FLRW ($k = 0$) **の場合：**

$$\frac{4}{3} r_S^3 \rho = M \Rightarrow r_S \sim 170\mathrm{ly}$$



宇宙膨張は軌道運動に影響するか？

- これまでの認識：軌道運動に影響なし
  → McVittie，Einstein-Straus の結論に起因
- 最近では宇宙膨張の軌道運動への寄与はゼロではないという認識

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{L^2}{r^3} - \frac{GM}{r^2} + \frac{\ddot{a}}{a}r, \quad r^2\frac{d\theta}{dt} = L$$

- ただし理論的には非常に小さな量

McVIttie メトリック

共動座標

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= -\left(\frac{1-\frac{\mu(t)}{2r}}{1+\frac{\mu(t)}{2r}}\right)c^2dt^2 + \left(1+\frac{\mu(t)}{2r}\right)^4 a^2(t)d\ell^2 \\
d\ell^2 &= (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2) \\
m_0 &= \frac{GM}{c^2} = \mu(t)a(t)
\end{aligned}
$$

固有座標 $R = ar$

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= -\left(\frac{1-\frac{m_0}{2R}}{1+\frac{m_0}{2R}}\right)c^2dT^2 + \left(1+\frac{m_0}{2R}\right)^4 dL^2 \\
dL^2 &= (dR^2 + R^2 d\theta^2 + R^2\sin^2\theta d\phi^2)
\end{aligned}
$$

McVIttie メトリックの変換

$$ds^2 = -\left(\frac{1-\frac{\mu(t)}{2r}}{1+\frac{\mu(t)}{2r}}\right)c^2dt^2 + \left(1+\frac{\mu(t)}{2r}\right)^4 a^2(t)d\ell^2$$

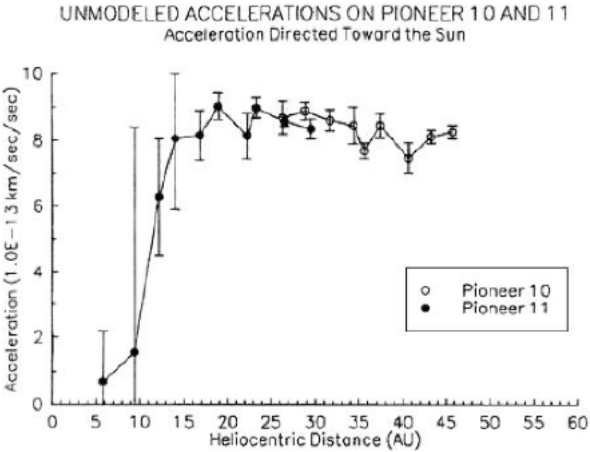
$$d\ell^2 = (dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2)$$

$$R = a(t)r\left(1+\frac{m_0}{2a(t)r}\right)^2, \quad m_0 = \mu(t)a(t)$$

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2m_0}{r}\right)c^2dt^2 + \left(\frac{dr}{\sqrt{1-\frac{2m_0}{r}}} - \frac{HR}{c}cdt\right)^2$$

$$+R^2d\Omega^2$$

Pioneer Anomaly



M. M. Nieto and J. D. Anderson, arXiv:0709.1917