等式 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ の高校教科書に出ている証明は循環論法である、という主張は、通常、次のような意味であるとされています。「高校教科書にある証明は面積を用いている。面積は厳密には積分によって定義される。この場合は扇形の面積が問題であるが、それは三角関数の積分に帰着し、積分の計算には三角関数の微分を用いることになる。ところが $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ は $\sin x$ の $x=0$ における微分係数が 1 である、という主張であるから、高校教科書の証明は、証明すべきことを使っている。すなわち、循環論法である。」これは現代数学の立場からの議論です。ただし、高校教科書は現代数学を展開しているわけではなく, 例えば、微積分に関しては、微積分が最初に考えられた 17 世紀あたりの感覚で書かれています。そういった大らかな立場ですと、扇形の面積は定義するまでもない自明な概念で、扇形の面積公式も疑う余地のない事実です。従って、これらから等式 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ を導くことにも何ら問題はない、ということになります。これが高校教科書がとっている立場で、微積分を実際に使うという面から見れば、これで十分であると考えられます。ところが、現代数学においては、自然数と集合についての基本的な性質のみを用いて定義でき、証明できるものだけを受け入れるという立場をとっていますので、扇形のような簡単な図形の面積ですら、きちんと明確に定義し, 証明した上でないと扱えないということになり「循環論法である」という主張が発生するのです。

もうひとつ問題点があります。等式 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ は x をラジアンとした場合の式ですが、実は、現代数学の立場からはこの「ラジアン」の定義そのものにも疑義が挟まれることになります。高校教科書ではラジアンは円弧の長さを基に定義されていますが、現代数学においては、「曲線の長さ」も「面積」と同様、決して自明のものとはみなされず、円弧の長さと言えども、結局は積分を用いて定義されることになります。円弧の場合、これは三角関数の積分ということになり、ここで既に $\sin x$ の微分を使わざるを得ないように見えます。こういう事情がありますので、通常、言われている以上に、この問題における循環論法の根は深いのです。

現代数学として許される論法の例をひとつあげますと、次のようになります。まず、$\sin t$ と $\cos t$ を無限級数によって直接、定義します。すなわち

$$\sin t=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}\,t^{2n+1}\quad(-\infty<t<\infty),$$

$$\cos t=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!}\,t^{2n}\qquad\qquad(-\infty<t<\infty)$$

によって、関数 $\sin t$ と $\cos t$ を定義します。（このとき、右辺が収束することの証明が必要ですが、難しくはありません。）これにより、$\sin t, \cos t$ は図形と何の関係もなく定義されます。図形（円）との関係は $\cos^2 t+\sin^2 t=1$ を証明し、xy 平面上の点 $(\cos t,\sin t)$ が $x^2+y^2=1$ のグラフ上にあることを示すという形で復活させることができます。また、数 π も $\sin t=0$ を満たす最小の正の値として、円弧の長さを用いることなく定義され、後に円周の長さとの関係が、定義としてではなく、定理として証明されます。このようにして、実は t が高校でラジアンと呼んでいるものと同一のものであることも明らかになります。さらに、$(\sin t)'=\cos t$ を証明することができます。とくに、$t=0$ での両辺の値を考えると、等式 $\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$ も証明されたことになります。ただし、この展開では、この等式に特別な意味合いはないことになります。

現代数学の立場から妥当な方法は、これ以外にも、考えられますが、高校教科書で使える方法は無さそうです。現代数学では、直観の及ばない世界（n次元の複雑な図形、非ユークリッド幾何、素数分布の詳細など）も探求し、それらを用いて、例えばフェルマー予想のような昔からの問題に決着をつけたりしますので、ほんの僅かの間違いもあってはならないというわけで、直観を廃して厳密な論理で武装するのには十分な理由があるのですが、同じ基準を適用すると $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ のような簡単なことの証明でも、案外、複雑になってしまうわけです。