ISSN 0386-9555

数学史研究

(通巻162号)

1999年7月～9月

目　　次

論　　説

講　　座

落　穂　集

発行・日本数学史学会

発売・研成社

論　説

『円理発起』について

内田　孝俊

1 緒言

和算における円理の一環に，円径と矢（一つの弦に対して直交する半径が，弦との交点によって分けられる円周側の線分）の長さから，弧背（弦によって張る弧の長さ）を求める問題がある。建部賢弘（1664～1739）が享保七（1722）年孟春に『綴術算経』（将軍吉宗への献上本），次いで徐月に『不休綴術』と称される書を著し，その中の「探弧数」なる項目において，円径一尺（10寸），矢一忽（10^{-5}寸）の弧を倍々と截って截片化した弦の数値の計算から半弧背巾を表す，一つの無限級数を導き出した。求め方は全く違うもののこの無限級数と同じものが，『円理綴術』でも述べられている。

さて，『明治前日本数学史（二）』によれば「本書（*『円理発起』のこと）[1]は建部賢弘の弧背綴術と内容が一致する」。更に同ページの最後に「本書（*上記と同じ）は建部賢弘の書を抜粋したようなもので，別に新しいところはないが，この方法が享保13年に賢弘の著であることを裏書した点で重要な意味をもつ」[2]。

三上義夫は「円理発起」は「円理綴術」よりも「乾坤之巻」と同じ系統に属するもので，其事は深く注意しておかなければならぬと思ふ」[3]と書いている。つまり『円理綴術』とは違う所があり，それが『乾坤之巻』寄りであるということになろう。

何れにしても「内容が一致する」とある賢弘の書は，『円理綴術』（『円理弧背術』）か，それに類する書であろう。更に，「本書は建部賢弘の書を抜粋したようなもので」とある賢弘の書も同様であろう。

また，『行列式と円理』に「兎モ角乾坤之巻，円理弧背術，円理発起ノ三者ハ出所ガ一デアルコトハ疑ヒナイ」[4]とある。

『円理発起』は『円理綴術』と内容に一部の違いがあり，その質の違いは大きいと，筆者は見るが，大きく捉えれば以上の引用からも両者は，内容において極めて関連がある。

『円理綴術』の年記は不明であるが，内題は，円理弧背術　名曰綴術　建不休先生撰（*外題が『円理弧背術』なるものもあるが，内容は全く同じ）となって居り，本文の前にある本多利明（1743～1820）の識語によれば（本文の後にある同一人物による識語と矛盾がある[5]），その大筋は関孝和の遺書で，関流の優れた書であったが，関家絶滅（*享

保12（1727）年とも20（1735）年とも言われる[6]）後新七[7]が建部と相談してこの円理弧背密法を作成して綴術と名付け弟子に授けた。それを本多の師である今井兼庭（1718～1780）（兼庭に『円理綴術』（写本）がある。）が得て兼庭から本多が受け継ぎまたとない宝とする，とあって末尾に「文化五戊辰年五月望」とある。文化五年は1808年であって，関家絶滅から70数年か80年余，賢弘が没してからも70年は経つ。したがって遠藤の写本は，延々と継がれて来て，本多識語による写本が残った，その写本と言うことになる。

さて，本題の『円理発起』のことになるが，内題は円理発起　久留重孫門人　淡山尚絅編となっている。淡山尚絅とは「蜂屋定章，通称小十郎，尚絅と字し，淡山と号す」る幕府に仕えた人物である[8]。

この『円理発起』には中根元珪（1662～1733）と蜂屋小十郎定章（1686～1749）の2つの序文があって，中根のそれには，

国家文化百有余季。達者通輿。発明間出。而其尤異者。惟東都建部君乎。
君潜心於数数十季。殆忘寝食。方壬寅春。豁然有得。了其真数者。以示諸学者。則愕然謂。神邪。[9]

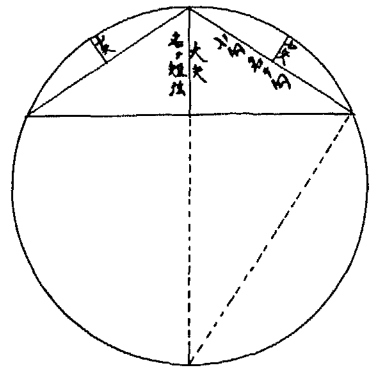
という一節がある。ここにある「壬寅春」とは享保7（1722）年の事であるから，（七年と小さく左記してある）学者達が賢弘の書いた稿本を見て，愕然として神ではないかとまで思ったのは『不休綴術』（あるいは『綴術算経』もしくは，それに類するものを指すことになる（この事を指摘した先行文献を未だ見ていない）。序文，跋文（享保十四（1729）年曲成軒菅原長遠名となっている）には書名を指すものとしてはこの他にはない。2つの序文には共に「享保戊申」とあるから，享保13（1728）年のことであって，中根元珪の序文にある「壬寅春」（享保七年）即ち『不休綴術』（若しくは『綴術算経』それら）を著してから6年後のことになる。

本稿は，『円理発起』の内容を出来るだけ忠実に逐いながら，『円理綴術』との違いを指摘し，『円理発起』は他書を参考にして書かれたものではなかろうか。そうだとすると，『円理綴術』は『不休綴術』（1722）と『円理発起』（1728）の間に著されたものではなかろうか，という事が推論出来ることになる。

2　本文の内容

2・1　小矢についての2次方程式

立天元一為小矢。〇——[10]。列大矢以径相乗$\overset{\text{圣}}{\underline{\text{大矢}}}$。為小弦巾。寄左。列径減小矢。$\overset{\text{圣}}{\underline{\quad}}$ $\cancel{—}$。以乗小矢。四之。〇$\equiv$ $\cancel{\equiv}$。与寄左。相消得開方式。$\overset{\text{圣}}{\underline{\text{大矢}}}$ $\overset{\text{圣}}{\cancel{\equiv}}$ $\equiv$式。
此式。方巾四分之一。内減実廉相乗。余平方開之。以是減方級半数。止余廉除。則得商。



円径一尺
大矢二寸
問二斜小矢
答二斜ノ小矢若干

故和術曰。径巾四段之内。減因径大矢四段。止余開平方。以是。減径二段内。余四除得小矢也。

円径をd，大矢をh，二斜の小矢（天元一）をh_1として直ちにdhと$4(d-h_1)h_1=4dh_1-4h_1^2$とを相消して，

$$4h_1^2-4dh_1+dh=0 \quad \text{[11]} \qquad \text{(A)}$$

としている。（『円理綴術』では2つの三角形を示していないが，2つの三角形の相似から導いている形となっている）。

次ぎに，2次方程式の解の公式を述べている。原文の文字を使って現代式に書くと：

$$\text{商}=\frac{\text{方}/2-\sqrt{\text{方巾}/4-\text{実}\cdot\text{广}}}{\text{广}} \qquad (☆)$$

ただ，方／2＝－（－方／2）であって方級の「方」は正としている。続いて「和術曰」として，具体的にこの場合の小矢の計算式を述べている。現代式に書くと：

$$\text{小矢}=\frac{2\text{径}-\sqrt{4\cdot\text{径巾}-4\cdot\text{大矢}\cdot\text{径}}}{4}$$

となる。これをd，hを使って表せば：

$$h_1=\frac{2d-\sqrt{4d^2-4dh}}{4}\left(\overset{*}{=}\frac{d}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{h}{d}}\right)\right)$$

（2次方程式の解の公式（☆）以下は『円理綴術』には記載されていない。）

2・2　「綴術曰」の二斜，四斜，八斜矢の級数展開

二斜の原数および各差を次ぎの様に記載している：

原数：$h/4$　一差：1/4　二差：3/6＝1/2　三差：5/8　四差：7/10
五差：9/12＝21/28　六差：11/14＝33/42　七差：13/16
＝429/528

ここの各差は次項に出て来る「截斜数傍書術左記」における展開式の各差の後差／前差を意味する数係数を示していて，「乗大矢。径除」を「差員数」と呼称している。級数とし

て連ねて行くと次ぎの様になる。

$$h_1=\frac{h}{4}+\frac{1}{4}(\text{原})\frac{h}{d}+\frac{3}{6}(\text{一})\frac{h}{d}+\frac{5}{8}(\text{二})\frac{h}{d}+\frac{7}{10}(\text{三})\frac{h}{d}+\frac{9}{12}(\text{四})\frac{h}{d}+\frac{11}{14}(\text{五})\frac{h}{d}+\frac{13}{16}(\text{六})\frac{h}{d}(\text{七差の8項})$$

(初項が原数で，各項が差であり，且つ原数の次項から，一差，二差，……，七差であり，(一)，(二)，……，(六) は，(差) を省略してある。以下同様)

これにd＝10，h＝2を代入して各項の数値を出し「原数加入差数和。則得二斜小矢也」とある。これを書いてみれば次のようになる：

$$h_1=0.5+0.025+0.0025+0.0003125+0.00004375+0.0000065625$$
$$+0.00000103125+0.000000167578125\ (*=0.527864011328125)$$

四斜，八斜についても同様であるが，各差は若干とあって数値は示して居らず，二斜の場合と同様に各差の数係数を何乗何除として「原数加入差数和。」して，四斜小矢，八斜小矢が得られるとしている：

四斜

$$h_2=0.125\left(\overset{*}{=}\frac{h}{16}\right)+\frac{15}{48}(\text{原})\frac{h}{d}+\frac{63}{120}(\text{一})\frac{h}{d}+\frac{143}{224}(\text{二})\frac{h}{d}+\frac{255}{360}(\text{三})\frac{h}{d}+\frac{399}{528}(\text{四})\frac{h}{d}+\frac{575}{729}(\text{五})\frac{h}{d}(\text{六差の7項})$$

八斜

$$h_3=0.03125\left(\overset{*}{=}\frac{h}{64}\right)+\frac{63}{192}(\text{原})\frac{h}{d}+\frac{255}{480}(\text{一})\frac{h}{d}+\frac{575}{896}(\text{二})\frac{h}{d}+\frac{1023}{1440}(\text{三})\frac{h}{d}+\frac{1599}{2122}(\text{四})\frac{h}{d}(\text{五差の6項})$$

2・3　「截斜数傍書術左記」

この項では，前項「綴術日」において述べた級数の求め方を述べている。2・1，2・2，2・3項の構成は，内容的にいえば，中国から伝わった問，答，術日の形式に従っている。

さて，2・1項に挙げた (A) 式の解を求めているのであるが，そこで述べている「和術」によらず ((☆) 式以下)，いわゆる現今で言う<ホーナーの方法>によっていて[12]，本書の大部分がこの計算によって占められている。

<ホーナーの方法>は数係数の高次方程式の解を組立除法の繰り返しによって解を1桁ずつ求めて行く近似解法である。関孝和は，立てた商の過不足に関係ないものにまで高めている。文字係数の方程式については，建部賢弘が始めて『円理綴術』において2次方程式について解いている。そこで「皈除求商術」と呼称しているものがそれである[13]。ここに呼称している「截斜数傍書術」も将にこれである。そこで「截斜数傍書術」が，<ホーナーの方法>であることを明確にするために，「截斜数傍書術」の冒頭の二斜における最初の部分 ([5] (No. 0844)) を掲載し，現代式に書いたものと並べて，注文の後に示しておいた (『円理綴術』の手法は煩鎖さの感は否めないが，極めて丁寧に，その求めて行く経路を示している。ここの原文は，整理された形で見易くなっているが，その手法を理解

していないと分かりにくいのではなかろうか)。また，ここの「截斜数傍書術」は2・1項の (A) 式によらず，(A) 式を4で割って，廉級を1，つまり2次係数を1としている方程式 (次の (A′)) について，何も断らずに解いているのである。

$$h_1^2-d\,h_1+\ (1/4)\ d\,h=0 \qquad (\text{A}')$$

2・1項の (A) の解としたh_1：

$$h_1=(d/2)\left(1-\sqrt{1-(h/d)}\right)$$

この式の根号を2項展開[14]をしても，同じ結果が得られる。

さて，四斜矢は，二斜矢として求めた級数を実として，八斜矢は四斜矢として求めた級数を実として求めて行くのである。

$$h_i^2-d\,h_i+\ (1/4)\ d\,h_{i-1}=0 \qquad (i=1,2,3\,;h=h_0) \qquad (\text{A}'')$$

二斜矢は$i=1$として

$$h_i^2-d\,h_i+\ (1/4)\ d\,h=0 \qquad \text{より}$$

$$h_1=\frac{h}{4}+\frac{h^2}{16d}+\frac{h^3}{32d^2}+\frac{5h^4}{256d^3}+\frac{7h^5}{512d^4}+\frac{21h^6}{2048d^5}+\frac{33h^7}{4096d^6}+\frac{429h^8}{65536d^7}(\text{七差の8項}) \qquad (\text{i})$$

を得ている。次に

四斜矢は$i=2$として

$$h_2^2-d\,h_2+\ (1/4)\ d\,h_1=0$$

のh_1に (i) を代入して

$$h_2=\frac{h}{16}+\frac{5h^2}{256d}+\frac{21h^3}{2048d^2}+\frac{429h^4}{65536d^3}+\frac{2431h^5}{524288d^4}+\frac{29393h^6}{8388608d^5}+\frac{185725h^7}{67108864d^6}(\text{六差の7項}) \qquad (\text{ii})$$

を得ている。

八斜矢は$i=3$として

$$h_3^2-d\,h_3+\ (1/4)\ d\,h_2=0$$

のh_2に (ii) を代入して

$$h_3=\frac{h}{64}+\frac{21h^2}{4096d}+\frac{357h^3}{131076d^2}+\frac{29325h^4}{16777216d^3}+\frac{666653h^5}{536870912d^4}+\frac{32302465h^6}{34359738368d^5}(\text{五差の6項}) \qquad (\text{iii})$$

を得ている。

2・4　各矢の規則性ある級数の構成

かくして，得られた二斜，四斜，八斜の各矢について，後差／前差の比を以て，各矢の各項を表し[15]，かつ数係数の各分母子を規則性のある2数の積に変形して行く (2・2項参照)。

二斜

一差：$\frac{1}{4}=\frac{1\cdot3}{3\cdot4}$　　二差：$\frac{3}{6}=\frac{3\cdot5}{5\cdot6}$　　三差：$\frac{5}{8}=\frac{5\cdot7}{7\cdot8}$

四差：$\frac{7}{10}=\frac{7\cdot9}{9\cdot10}$　　五差：$\frac{9}{12}=\frac{9\cdot11}{11\cdot12}$

四斜

一差：$\frac{5}{48}=\frac{3\cdot5}{6\cdot8}$　　二差：$\frac{63}{120}=\frac{7\cdot9}{10\cdot12}$　　三差：$\frac{143}{224}=\frac{11\cdot13}{14\cdot16}$

四差：$\frac{255}{360}=\frac{15\cdot17}{18\cdot20}$　　五差：$\frac{399}{528}=\frac{19\cdot21}{22\cdot24}$

八斜

一差：$\frac{63}{192}=\frac{7\cdot9}{12\cdot16}$　　二差：$\frac{255}{480}=\frac{15\cdot17}{20\cdot24}$　　三差：$\frac{575}{896}=\frac{23\cdot25}{28\cdot32}$

四差：$\frac{1023}{1440}=\frac{31\cdot33}{36\cdot40}$　　五差：$\frac{1599}{2112}=\frac{39\cdot41}{44\cdot48}$

原文では，級数の形として書いていないが，級数の形としてまとめると：

$$h_1=\frac{h}{4}+\frac{1\cdot3}{3\cdot4}(\text{原})\frac{h}{d}+\frac{3\cdot5}{5\cdot6}(\text{一})\frac{h}{d}+\frac{5\cdot7}{7\cdot8}(\text{二})\frac{h}{d}+\frac{7\cdot9}{9\cdot10}(\text{三})\frac{h}{d}+\frac{9\cdot11}{11\cdot12}(\text{四})\frac{h}{d}$$

$$h_2=\frac{h}{16}+\frac{3\cdot5}{6\cdot8}(\text{原})\frac{h}{d}+\frac{7\cdot9}{10\cdot12}(\text{一})\frac{h}{d}+\frac{11\cdot13}{14\cdot16}(\text{二})\frac{h}{d}+\frac{15\cdot17}{18\cdot20}(\text{三})\frac{h}{d}+\frac{19\cdot21}{22\cdot24}(\text{四})\frac{h}{d}$$

$$h_3=\frac{h}{64}+\frac{7\cdot9}{12\cdot16}(\text{原})\frac{h}{d}+\frac{15\cdot17}{20\cdot24}(\text{一})\frac{h}{d}+\frac{23\cdot25}{28\cdot32}(\text{二})\frac{h}{d}+\frac{31\cdot33}{36\cdot40}(\text{三})\frac{h}{d}+\frac{39\cdot41}{44\cdot48}(\text{四})\frac{h}{d}$$

(ここでは一様に五差までの6項とそろえている。)

2・5　各矢における各差の一般形（「甲乙丙丁数知之術。」）

各矢における各差の一般形を表すことは，『円理綴術』にも見られないものであって『乾坤之巻』に見られて，それと同じもののようである。この一般化は，まことに質的に高い画期的な成果である。しかし，その生成の仕方は示していなく，結果のみを記している。『乾坤之巻』には，求める方法が記載されているという。

さて，原文の出だしは，次の通りである。

甲　第数乗斜数。減一。知之。
斜　数
第　数
一ケ

丙　第数乗斜数。得数加入。斜数知之。
斜　数
斜　数
第　数

乙　甲加入二箇。知之。
斜　数
第　数
一ケ

丁　丙内減斜数半数。知之。
斜数半
斜　数
第　数

甲乙為相乗。
斜数巾
第数巾
一箇
為乗率。

丙丁為相乗。
斜数巾
第数巾
斜数巾
第　数
一段半
為除率。

斜数巾 (16)
半段

第数とは，差の係数（項係数）のことである。以下2^n斜のm番目の第数を$a_n{}^m$で表し，以上の原文を現代式に書き表すと，2^n斜m第数とは如何なる式かが分かる。

$$a_n{}^m=\frac{(m\cdot2^n-1)(m\cdot2^n+1)}{(m\cdot2^n+2^n/2)(m\cdot2^n+2^n)}=\frac{m^2(2^n)^2-1}{m^2(2^n)^2+(3/2)m(2^n)^2+(1/2)(2^n)^2} \qquad \text{(I)}$$

この式の分母子を2倍して変形している。

$$a_n{}^m=\frac{2m^2(2^n)^2-2}{2m^2(2^n)^2+3m(2^n)^2+(2^n)^2}=\frac{2\{m^2(2^n)^2-1\}}{\{m(2m+3)+1\}(2^n)^2}=\frac{2(m^2-1/(2^n)^2)}{m(2m+3)+1}$$
$$\left(\overset{*}{=}\frac{2(m^2-1/(2^n)^2)}{(m+1)(2m+1)}\right) \qquad \text{(II)}$$

こうなると，かなり高等な一般式となっている。

更に，簡単な変形であるが，次のようにもしており，原数についても述べている。

原数：$\frac{h}{(2^n)^2}$

$$a_n{}^m=\frac{2\{m^2(2^n)^2-1\}}{\{m(2m+3)+1\}(2^n)^2}\left(\overset{*}{=}\frac{2\{m^2(2^n)^2-1\}}{(m+1)(2m+1)(2^n)^2}\right) \qquad \text{(III)}$$

2・6（III）式を利用する例題

仮令得四斜小矢術。　乗除率記。差員数略之

四斜小矢を求めるのであって，しかも一，二，三の三差の式を挙げて（*数値は）若干としている。(III) 式に$n=2$，$m=1,2,3$を代入すればよい。級数の形として書いておく：

$$h_2=\frac{1}{16}h+\frac{30}{96}(原)\frac{h}{d}+\frac{126}{240}(一)\frac{h}{d}+\frac{286}{448}(二)\frac{h}{d}$$

2・7　弧背巾を求める前提となる 2^n 斜m第数の式

原数：$\frac{h}{(2^n)^2}$

とあり，

$$a_n{}^m=\frac{2(m^2-1/(2^n)^2)}{m(2m+3)+1}\left(\overset{*}{=}\frac{2(m^2-1/(2^n)^2)}{(m+1)(2m+1)}\right) \qquad \text{(IV)}$$

とあるが，これは（III）式の分母子を $(2^n)^2$ で割ると得られるものである。

2・8　弧背巾の式

求弧背術

術曰。列矢乗径四之。為原数。

列第数巾。倍之。為乗率。

列第数。倍之。加三箇。以第数乗之。得数加二箇。為除率。

弧背巾として述べているのは，上記の原文と，次に記す原数と各差数係数（第数）の乗率（*分子）除率（*分母）のみである。

原数：$4dh$　乗率：$2m^2$

除率：$m\ (2m+3)\ +1\ (*=2m^2+3m+1=\ (m+1)\ (2m+1))$

これを詳しく級数の形とすると，次のようになる：

$$h_n=\frac{h}{(2^n)^2}+\sum_{m=1}\frac{2\{m^2(2^n)^2-1\}}{(m+1)(2m+1)(2^n)^2}(m-1)差\cdot\frac{h}{d}=\frac{h}{(2^n)^2}+\sum_{m=1}\frac{2\{m^2-1/(2^n)^2\}}{(m+1)(2m+1)}(m-1)差\cdot\frac{h}{d}$$

であるから，2^n 斜和巾は，$4\ (2^n)^2d$ を掛けて，

$$s_n{}^2=4(2^n)^2dh_n=4(2^n)^2d\left[\frac{h}{(2^n)^2}+\sum_{m=1}\frac{2\{m^2(2^n)^2-1\}}{(m+1)(2m+1)(2^n)^2}(m-1)差\cdot\frac{h}{d}\right]$$

$$=4dh+\sum_{m=1}\frac{2\{m^2(2^n)^2-1\}}{(m+1)(2m+1)(2^n)^2}[m-1]差\cdot\frac{h}{d}=4dh+\sum_{m=1}\frac{2\{m^2-1/(2^n)^2\}}{(m+1)(2m+1)}[m-1]差\cdot\frac{h}{d}$$

$n\to$無限大とすると，

$$弧背巾：s^2=4dh+\sum_{m=1}\frac{2m^2}{(m+1)(2m+1)}[m-1]差\cdot\frac{h}{d} \qquad \text{(V)}$$

となって，極めて上等な弧背巾の式となっている。

ここでは，小矢 h_n の原数は，$h/\ (2^n)^2$ であり，2^n 斜和巾 $s_n{}^2$ のそれは，$4d\ h$ であるので，両者の各差は変わるので，(　　) 差と [　　] 差とで区別した。

2・9　弧背を求める例題

仮令円径一尺矢二寸。　乗除率記。差員数略之。

この場合も2・6項の例題と同様，各差の式を挙げてはいるが，数値は出してはいない。

$$s^2\left(\overset{*}{=}4dh+\sum_{m=1}\frac{2m^2}{(m+1)(2m+1)}[m-1]差\cdot\frac{h}{d}\right.$$

$$\left.=4dh+\frac{2\cdot1^2}{2\cdot3}(原)\frac{h}{d}+\frac{2\cdot2^2}{3\cdot5}(一)\frac{h}{d}+\frac{2\cdot3^2}{4\cdot7}(二)\frac{h}{d}+\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$=4dh+\frac{2}{6}(原)\frac{h}{d}+\frac{8}{15}(一)\frac{h}{d}+\frac{18}{28}(二)\frac{h}{d}+\cdots\cdots\cdots$$

（この級数は『円理綴術』で結論としている半背巾のように規則的な級数：

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2=dh+\frac{2^2}{3\cdot4}(原)\frac{h}{d}+\frac{4^2}{5\cdot6}(一)\frac{h}{d}+\frac{6^2}{7\cdot8}(二)\frac{h}{d}+\cdots\cdots\cdots$$ [17)]

にはしていない。ただ，計算して数値を出すことが優先されているようである。）

弧背は，これを開いたものである，と言っている。

2・10　円周率を求める例題

求円周率術

仮令円径一尺矢五寸。因右術。求背巾。四之。平方開之。則得円周也。

又云。円径一尺矢一尺。因右術。求背巾。是則円周巾也。平方開之。得円周也。

$d=1$尺$=10$寸，$h=5$寸として（V）式に代入したものが，半周巾であるから，その4倍が円周巾となるわけで，それを平方に開けば円周が出る。

又，別法として，$d=h=1$尺$=10$寸としてもよいとしている。この場合は，「此之術弦空也」と上記「又云」の上欄に小文字で注が，[5]（No. 0844）にあるが，上記の叙述だけで，式も計算も何も書いていない。

以上を以て本文が終わって居る。この後に跋があって，[5]（No. 0844）には「蜂屋家由緒断片写」が，将に断片的に書かれており，最後に「明治四拾五年五月　岡本則録蔵書ヨリ写記」として結んでいる。

3　結　　語

以上『円理発起』の内容を忠実に逐って来た。その過程で『円理綴術』との違いを指摘したが，何と言っても大きな違いは2・5項の 2^n 斜m第数の一般形（以下代表させて（I）式と略称する。）を記していることである。これは極めて大きな進展と言わざるを得ない。問題はこの一般形も蜂屋定章の手にかかるものかどうか，と言うことであろう。

そうすると当然「円理発起」,『円理綴術』,『乾坤之巻』の成立の先後あるいはそれら著書の入手関係にかかわって来る。 そこで是非はともかくとして， 先行文献の2，3を

1. 節　と重複する面もあるが，一瞥して見ることにする。

『増修日本数学史』によれば「円理発起は建部賢弘の円理弧背術を写した程度に過ぎない。(平山)」[18]

1. 節　緒言の『明治前日本数学史（二)』からの引用「本書は建部賢弘の書を抜粋したもので……この方法が享保13年に賢弘の著であることを裏書きした点で……」から『円理発起』は『円理綴術』から，学びとり，『円理綴術』は，享保十三（*1728）年までには，賢弘によって書かれたものであることが，裏書きされる，と述べている。

さて，『円理発起』の蜂屋の序文の終わりの方に「書者不尽言。如此真術。於厚志懇望之輩者。面授之而已。」とある。これが問題の文である。これについて三上の論文[19]から少々長くなるが引用する。

> 増修日本数学史（頁二六一）[20]に「円理発起」に関して「其数ヲ括リテ終ニ弧背ヲ求メタル者トス。恰モ乾坤之巻ト同解法ナリ。其括法ニ至リテハ面授スベシトシテ記載セズ」と言っているのも其事に注意したのである。……要するに序文中に委細の事を特志の人へ面授すべき事を言っているのであり，一層委細の記述もしてあったらうと思はれるので其委細の記述と云ふのは「円理綴術」を指すよりも寧ろ「乾坤之巻」の詳述されたもの（*簡な一巻本の仙台本と繋な二巻本の水戸本があって後者を指す。）を言ふのであらうと見て宜い。二巻本の「乾坤之巻」其物ではなかったとしても，之に相当するものであらうと見てよい。
>
> 果たして然らば「乾坤之巻」は享保十三（*1728）年『円理発起』の著した年の頃に於て建部賢弘及び中根元珪の一派に知られて居たらうと見る事が出来る。

とある。

1. 節　を含めた以上のすべての先行文献から得られるものは，『円理発起』は他書を参考にして書いたものであるということになる。

そこで本稿で述べて来たことを，振り返ると先ず「和術曰」(今でいう2次方程式の解の公式）として挙げているにもかかわらずそれを用いず<ホーナーの方法>によって極めて丁寧に解いているとはいえ，その解いている方程式は挙げてある方程式（A）の変形した（A^{1}）式である。『円理綴術』に比べると，矢は二，四，八斜の三つであり，展開式の項数も少なく一定していない（後で少ない方に統一しているが)。重要な（I）式の結果だけを記して求め方を示していない。建部に比べると遥に少ない斜数と項数から，この（I）式を導くことは無理があるのではなかろうか。2・2項を2・3項の前に出して居るところなど，論旨の未整理の所が散見される。

そうすると，『円理発起』は，寧ろ『乾坤之巻』寄りである事を考慮に入れ，論旨の不徹底さから，三上の説の『乾坤之巻』は享保十三年には出来ていたであろう，と見ることができるのではなかろうか。そして又享保七年の『不休綴術』と年紀不明の『円理綴術』とは結果は同じものの，求め方は，全然異なるものであるから，『円理綴術』もまた享保七（1722）年から享保十三（1728）年の6年の間に著されたとみることが，出来るのではなかろうか，と考えられる。

以上，『円理発起』の内容を検討してみたものである。何れ『乾坤之巻』についても述べてみたい。ご批判を賜れば幸いである。

参考文献

[1] 内閣文庫蔵『綴術算経』(佐藤健一氏，下浦康邦氏の提供による。コピーの仕方が違うので，相補できて有難い。深謝します)
[2] 不休建部先生『綴術』(写本）日本学士院蔵（和算図書目録No. 2355)
[3] 不休先生撰『円理綴術』(写本）同上蔵（同上　No. 0838）遠藤の筆になる写本
[4] 建不休先生撰『円理弧背術』(写本）同上蔵（同上　No. 0795)
[5] 久留重孫門人　淡山尚絅編『円理発起』(写本）同上蔵（同上　No. 0844，0845)
[6] 遠藤利貞著，三上義夫編，平山諦補訂『増修日本数学史』厚生閣　昭和56（*1981）年
[7] 日本学士院編『明治前日本数学史（二)』岩波書店　1994（*平成6）年
[8] 加藤平左衛門『行列式と円理』開成館　昭和19（*1944）年
[9] 平山諦・松岡元久編『安島直円全集』富士短期大学　再版　昭和58（*1983）年
[10] 銭宝綜編　川原秀城訳『中国数学史』みすず書房　1990（*平成2）年
[11] 三上義夫「円理の発明に関する論証（二）—日本数学史上の難問題—」『史学雑誌』第41編第10号　昭和5（*1930）年

注

1) 以下（*　）は筆者の書き入れである。(　）で括ってあるものでも筆者の書き入れと分かるものには，*を付していない所がある。
2) 共に引用は［7］p 449
3) ［11］第10号　p 72
4) ［8］「円理」p 98
5) ［3］は，遠藤利貞の筆による写本であるが，本文の<前>と<後>の識語の矛盾することの注記が，遠藤自身の筆で書いてある。尚，これには署名はないものの，今井兼庭の『円理綴術』(No. 0839）に「……大正五，八，三〇，」日付の三上と言う署名の書き入れがあるのであるが，同日付けで，しかもこれと似た書体の注記がある（No. 0838)。
6) ［6］p 259　欄外上の注記によれば，「甲府勤番は享保九年である。また算家系図の類には，関家断絶を二十年としているが，寛政重修諸家譜の関新助の条には，これを享保十二年としている。(三上)」とある。
7) ［3］に遠藤の筆で「新七」が抜けているのでは，という書き入れがある。
8) ［5］(No. 0844）跋文と「明治四十五年五月岡本則録蔵書ヨリ写記」とある奥書の間に「蜂屋家由緒書断片写」がある。それと同じ記事は［7］p 447に載っている。尚，［6］p 242欄外上に，「……蜂屋定章は寛延二年（1749）四月十五日没す。年四十五，小石川称名寺に葬る。(三上)」とある。
9) 返り点を省略し，句点を施した。以下，和算書からの引用はすべてこの様にした。
10) 「天元一」の記法は縦書きのものをそのまま横行に，傍書も横書きとした。

11) 和算では「天元一」の記法は，実，方，廉の昇巾の順であるが，現在の記法は（A）式のように降巾の順にすることが多いので，そのようにしている。
12) [10] 注 p 377第八章を参照。それによると<ホーナーの方法>の発表は1819年（文政二年 11代 家斎）である。同書p 51の開平方，開立方の項には（*紀元1世紀ころに著されたと言われる）『九章算術』「少広章」にその方法は既に記載されている，という。
13) [7] p 321参照。ここの「截斜数傍書術」は，そこに言う「皈除求商術」であって具体的に「命傍書平方開之」の叙述を指す。尚，ここの二斜の上欄の記述は，求めた商についての前商との比を述べているのであって，商の求め方については述べていない。商は，残った実の初項を（A'）式の方級のdで割る事によって得られる。
14) [9] p 104によれば，建部賢弘は1725年ころ（*『不休綴術』（1722）と『円理発起』（1728）を著した年の間と言う事になる。）二項級数展開を述べたとあって，そこにある2つをまとめて書くと：

$$\sqrt{a^2\pm b}=a\left\{1\pm\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a^2}\right)-\frac{1}{2\cdot4}\left(\frac{b}{a^2}\right)^2\pm\frac{1\cdot3}{2\cdot4\cdot6}\left(\frac{b}{a^2}\right)^3-\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6\cdot8}\left(\frac{b}{a^2}\right)^4\pm\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10}\left(\frac{b}{a^2}\right)^5-\cdots\right\}\text{（複号同順）}$$

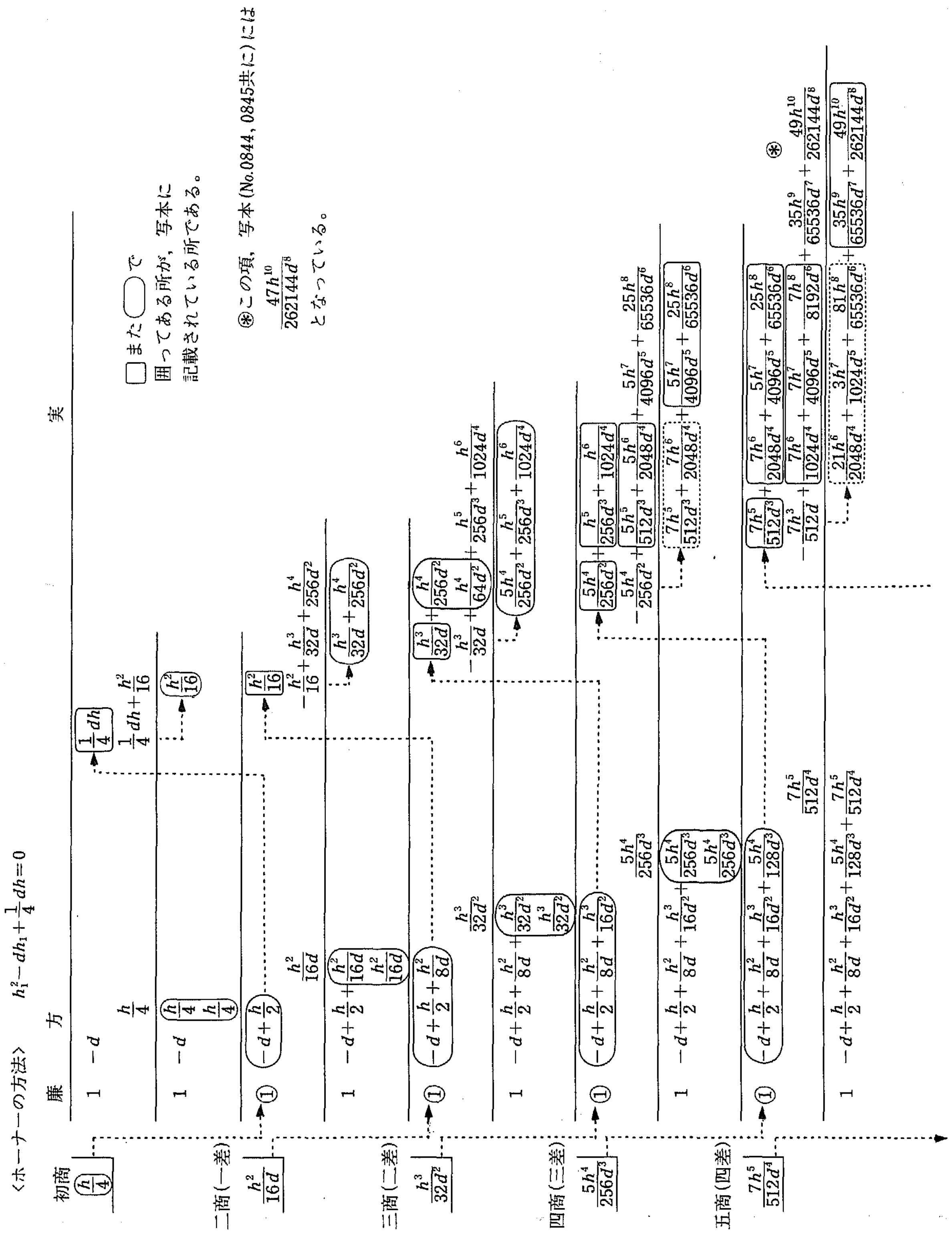
これによれば，

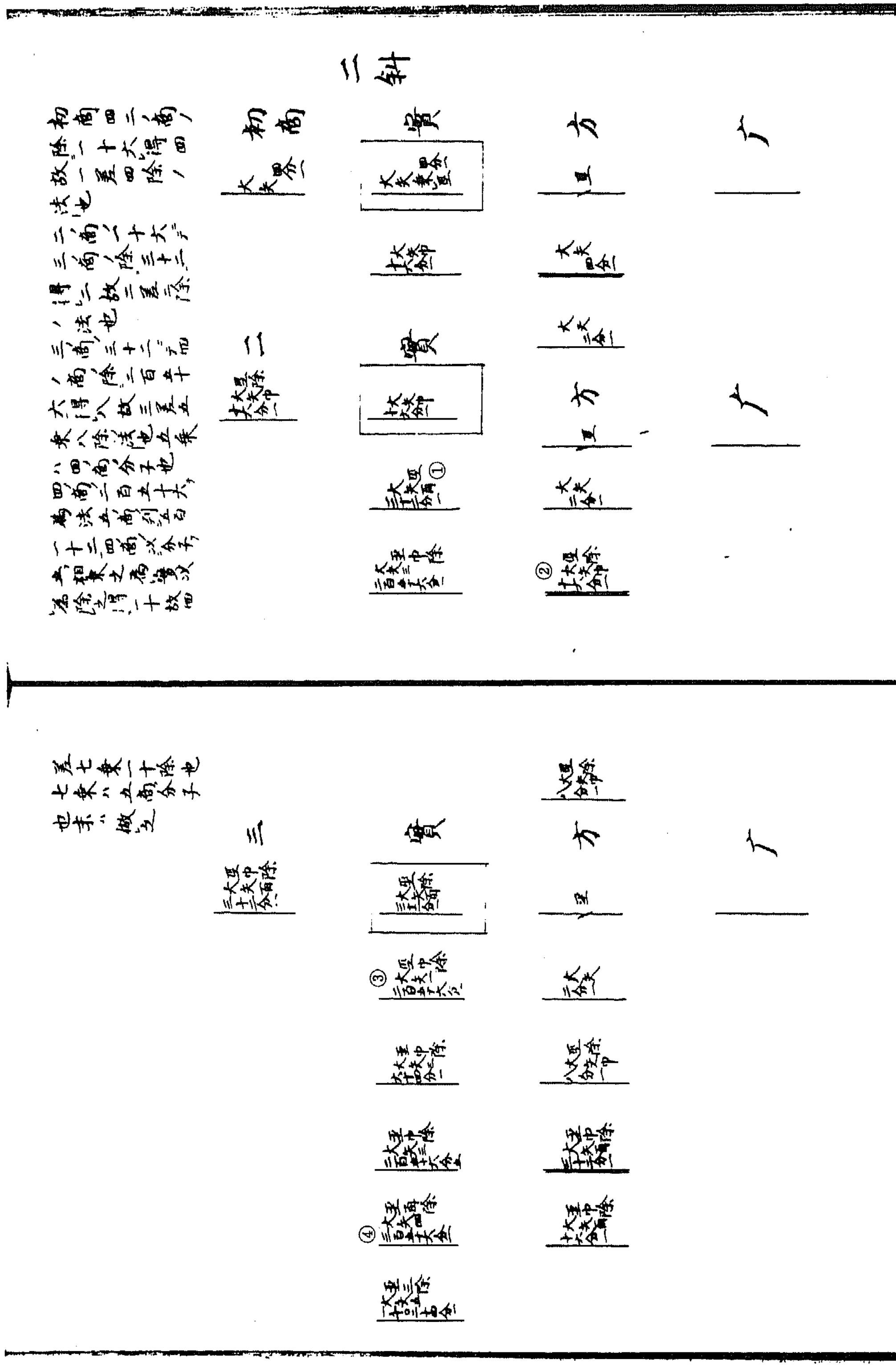
$h_1^2-dh_1+(1/4)\,dh=0$より「和術曰」によって，$h_1=(d/2)\left(1-\sqrt{1-(h/d)}\right)$　が得られ，これに上式を適用すれば

$$h_1=\frac{d}{2}\left[1-\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{d}\right)-\frac{1}{2\cdot4}\left(\frac{h}{d}\right)^2-\frac{1\cdot3}{2\cdot4\cdot6}\left(\frac{h}{d}\right)^3-\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6\cdot8}\left(\frac{h}{d}\right)^4-\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10}\left(\frac{h}{d}\right)^5-\cdots\right\}\right]$$
$$=\frac{h}{4}+\frac{h^2}{16d}+\frac{h^3}{32d^2}+\frac{5h^4}{256d^3}+\frac{7h^5}{512d^4}+\cdots\cdots$$

として，同じ結果が得られる。淡山尚絅が，何故，使いもしない（☆）式を「和術曰」として挙げたのか。彼にそのような知識を持ち合わせていたにしても，統一された文脈とはなっていない。
15) 後差／前差によって，その規則性を見出す方法は『不休綴術』において，建部賢弘が初めて考案したもので，その後この方法が，和算家達によって盛んに使われるようになったという。
16) 原文では，一段半，半段は，縦棒の左側にあるが，右側即ち，ここの表記では横棒の上にあるべきである。
17) 余談ながら『不休綴術』はこの形にはしていない。この事等から「『円理綴術』は『不休綴術』の後のものであることが証明される」（[7] p 303）。
18) [6] p 242欄外上。
19) [11] p 77。
20) [6] の昭和56年の決定二版によればp 262。

（受理日：2000年1月23日）





『円理発起』(写本)(No.0844)「載斜数傍書術」の項の最初の個所
注) ①は圣除の欠落((0845)にはある) ②は大矢巾 ③は大矢三 ④は二百五十六分一 のミス

論　　説

『代微積拾級』の日本への伝播と影響について

馮　立　升

1　はじめに

『代微積拾級』は西洋の微積分に関する数学書の中で，最初に中国語訳された本である。この数学書は清代の著名な数学者李善蘭と英国人偉烈亞力（A. Wylie, 1815～1877）との共同によって翻訳されたもので，1859年に上海で出版された。『代微積拾級』はアメリカ人ルーミス（E. Loomis, 1811～1889）が1851年に著し，ニューヨークで“*Elements of Analytical Geometry and of the Differential and Integral Calculus*”として出版されたものを底本としている[1)]。『代微積拾級』は19世紀後半の中国の標準的な教科書であると同時に，日本の数学者がもっとも早く使用した微積分の文献でもあり，この本が日本に伝播し，流布したことが日本における微積分の知識が浸透する上において重大な影響を与えたのである。

この中国語に翻訳された本が日本に伝播する様子について，現在まで中国と日本の学者はいずれも未だ系統的な考察をしていない。本論文の主要な部分は，筆者が東北大学を訪問した際に収集した資料に基づいて，19世紀後半に『代微積拾級』が日本へ伝わった情況について全面的に紹介するとともに，この本が日本において与えた影響と結果について基礎的な検討をしたものである。

2　『代微積拾級』の日本への伝播について

『代微積拾級』は中国で出版した後まもなく日本に伝わり，日本の学者が微積分を学習するもっとも重要な文献となった。小野友五郎（1817～1898）はもっとも早く『代微積拾級』を勉強した日本の数学者と言ってよい。小野友五郎は著名な和算家長谷川弘の門弟で，若い頃に和算書を編集したことがある。彼は安政2（1855）年に長崎海軍伝習所に入

著者紹介：馮立升，男，1962年生まれ。1987年内蒙古師範大学科学史研究所を卒業し修士を取得，1999年5月西北大学にて博士を得る。現在，内蒙古師範大学科学史研究所助教授。
訳者記：本稿は馮立升の中国語論文：《代微積拾級》在日本的流傳和影响を，著者の依頼を受けて小林龍彦が訳したものである。日本語訳に誤りがあることを恐れるとともに文意が伝わらないとすれば，それは一人訳者の責任である。なお，訳稿の検討では前橋工科大学教授滝川哲夫氏の手を煩わせた。この場を借りて，氏のご厚情に御礼申し上げる。

り学んだ。ここは海軍専門の人材養成機関であり，オランダ人の教官が教育を担当していた。そしてこの伝習所は日本でもっとも早く系統的に西洋の数学知識を伝授したところであるとも言われている[2)]。当時この伝習所で講義された数学知識の重要部分は航海技術に関連する算術，代数，対数，幾何学と三角法など初等的数学知識であった。小野友五郎は比較的高等な和算の知識を有していたので，その他の学生と比べて早く西洋の数学を吸収し，さらに多くの先進的な知識を学習することができた[3)]。明治時代の数学雑誌『数学報知』第89号（1894年5月）において発表した小野友五郎の講演原稿は“珠算の巧用”と題するものであるが，その中に彼が安政2年より始まる4，5年の間の西洋数学の学習状況について触れた一文があり，そこにおいて彼は中国人が著述した「代微積」という名前の書物を学習したが，そのなかには代数，微分，積分などについての内容が含まれていた，と語っている[4)]。彼が学習した微積分の数学書は疑うことなく中国で出版された『代微積拾級』そのものである。安政2年から5年後は1860年であるから『代微積拾級』が上海で出版されてから1年ほどであり，『代微積拾級』が中国で出版された後，直ちに日本に伝わったことを明らかにしている。当時，中国と日本の往来は相当頻繁に行われており，また日本人は西洋科学技術や文化知識の日本への導入の必要性に迫られていたから，中国で出版された漢訳の西洋学術書が夥しく日本に輸入されていた。『代微積拾級』の日本への輸入経緯に関して，一つの具体的事例がある。1862年，高杉普作と中牟田倉之助らが上海を訪問したとき，沢山の漢訳西洋科学書を購入した。この時高杉の購入した書籍中には数学書として『数学啓蒙』と『代数学』がある，また，中牟田が購入した書籍中には，前の2冊を除いて『代微積拾級』『談天』『重学浅説』などが含まれていた[5)]。中牟田倉之助は小野友五郎が長崎海軍伝習所で学んでいた頃の同級生で，のちに海軍中将になった人物である。中牟田と小野は明治10年に，ともに日本最初の数学団体「東京数学会社」に入会している[6)]。数学愛好者である中牟田の『代微積拾級』購入の目的は先進的な数学知識の学習，あるいはそれを広めることであったに違いない。

現在ある資料から見ると，『代微積拾級』は1860年代の中頃から普及が始まって，以後日本のかなりの範囲に広がって伝わり，微積分の知識の普及において基礎的役割を果たした，といえる。そして間違いなく，幕末から明治初期のたくさんの日本人が『代微積拾級』を学んだ。それらの中には日本の近代数学史上もっとも重要な人物が少なからずいた。現在，日本には『代微積拾級』の多数の抄本と訳本が存在しているが，これらの学習や翻訳に携わった人々の背後にある諸事情を考察することによって，この本が日本で流布した状況を深く理解することができるのである。

3　神田孝平の自筆謄写本

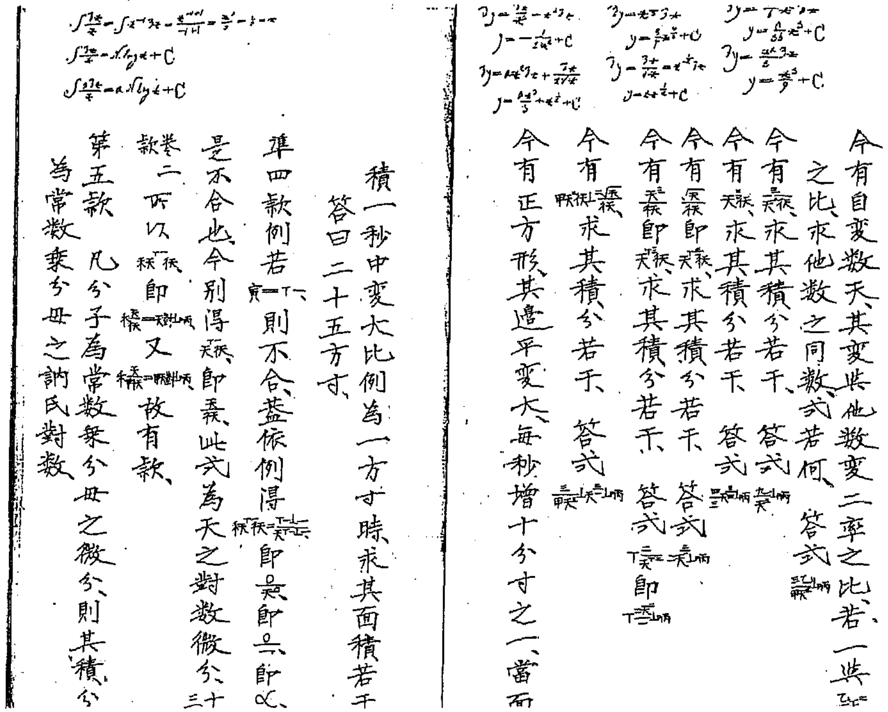
神田孝平の自筆謄写本「代微積拾級」は東北大学附属図書館に収蔵されているが，この写本は甲，乙，丙の三冊から成っている。神田孝平は各巻末に注記と併せて書写した年紀を記しており，彼の注記から判断して，神田が『代微積拾級』を謄写した時期は元治元（1864）年7月から慶応元（1865）年正月であることが判明する。

この自筆謄写本「代微積拾級」に包含される情報並びにその価値を説明する前に，神田孝平の生涯について簡単に紹介しておく必要があろう。神田孝平（1830～1898）は幕末から明治時代における著名な洋学家である。彼は幼年期に漢学を修めたが，のちに蘭学に転向し，西洋科学技術の導入を推進することに力を注いだ，そして明治政府のもとで文部少輔（文部次官）などの要職を歴任した。神田は1862年に洋書調所（2年目に開成所と改称）の数学教授として出任したが，この後彼はその他の重要な職務を拝命するものの，それは開成所との兼務であったし，1864年の7月から12月までは開成所寄宿頭取の職務を担当していたこともある。当時の開成所は洋書の翻訳を行う一方，西洋の科学知識を身につけた人材を養成する機関でもあった。そして明治時代の著名な数学家の一部はこの開成所において数学を学んだ。神田の学生の中にあってもっとも有名な人物は東京大学学長および文部大臣を歴任した菊池大麓（1855～1917）である。菊池大麓の回想録によれば，彼は1660～1663年の間，開成所に在学し神田のもとで算術と代数等の初歩的な知識を学んだという[7)]。神田孝平は日本最初の数学者団体「東京数学会社」の発起人のひとりであり，初代社長に就任した。この東京数学会社は現在の日本数学会の前身である。

神田孝平が『代微積拾級』を写した時期は，まさに彼が開成所で教鞭を執っていた時期であった。彼の講義内答は初等数学が中心ではあったが，自ら微積分学を学習し，かなり高等な数学知識を身につけていた。この自筆謄写本の所々のページの上段あるいは下段の余白に神田の注記があるが，その中にはオランダ語の数学用語や西洋の数学記号を用いた公式などが見えており，神田の注記は数学史的に重要な資料的価値を有しているものと思われる。それらの中において下記の諸点は特に注意を惹こう。

写本「代微積拾級」の第一巻中に，神田は古代ギリシャから近代に至るヨーロッパの数学者29人の名前を余白に外国語を用いて記しているが，その中でもDescartes（1596～1650）とLeibniz（1646～1716）の生没年を書きとどめているのは注目に値する。また写本のそこかしこに，そのページの重要な数学の術語に対応するオランダ語の術語を余白に書き込んでいる。さらに別のページには中国語の数学用語に対応する英文の術語も与えている。

神田の写本の上段余白に書かれた注記の中には，まさに李善蘭が創出した中国式の数学記号と西洋式表現形式とが一致する公式が存在している。次頁の表1は李善蘭の翻訳本に


今有自変数天、其変與他数変二率之比、若一與
之比、求他数之同数、式若何、
答式
今有求其積分若干、
答式
今有即求其積分若干、
答式
今有即求其積分若干、
答式
即
今有求其積分若干、
答式
今有正方形、其邊平変大、毎秒増十分寸之一、當而
積一秒中変大比例為一方寸時、求其面積若干、
答曰二十五方寸、
準四款例若 則不合、蓋依例得 即 即 即α、
是不合也、今別得 即 此式為天之對数微分
款巻二 所以 即 又 故有款、
第五款 凡分子為常数乗分母之微分、則其積分
為常数乗分母之訥氏對数、

資料1

現れる公式と神田の書き記した公式の幾つかの具体的例を比較するために作成したものである（資料1参照）。

特に注目すべきことは，神田が『代微積拾級』のそれぞれのページにおける幾つかの練習問題を解答しながら写本を進め，その問題に対する評注に具体的な解答過程を書きとどめていることである。しかし，E. Loomisの原著中その中に有る問題に対して解答過程と答えもなかったが，中国語訳本には解答だけが加えられている。以下において2つの極値を求める問題を実例として紹介してみよう。

E. Loomisの原書157ページの練習問題5は次のような問題である：

Divid a into two parts such that the least part multiplied by the square of the greatest, may be a maximum.

Ans. $a/3$, and $2\,a/3$

表1

禾天^{寅} 亻天＝寅⊥一／天$^{寅⊥一}$ ⊥呐	$\int x^m \partial x = x^{m+1}/\ (m+1)\ +C$
禾甲乙天^{二} 亻天＝甲乙禾天^{二} 亻天	$\int abx^2\, \partial x = ab \int x^2\, \partial x$
禾天／甲亻天＝甲天対⊥呐	$\int a\, \partial x/x = a\mathrm{Nlog}x + C$
禾戊亻亥＝戊亥⊤禾亥亻戊	$\int x\, \partial y = xy - \int y\, \partial x$

李善蘭の中国語訳本はこの問題を次のように訳出している（巻十一“微分二”参照）：

今有甲銭，欲分為二分，令小分乗大分平方積得数為極大，其二分各若干。

答曰：小分$\dfrac{三}{甲}$，　大分$\dfrac{三}{二甲}$

神田の頭注は次のような計算過程を書きとどめている。

（甲－天）天^{二}

甲天^{二}－天^{三}

二甲天－三天^{二}＝0

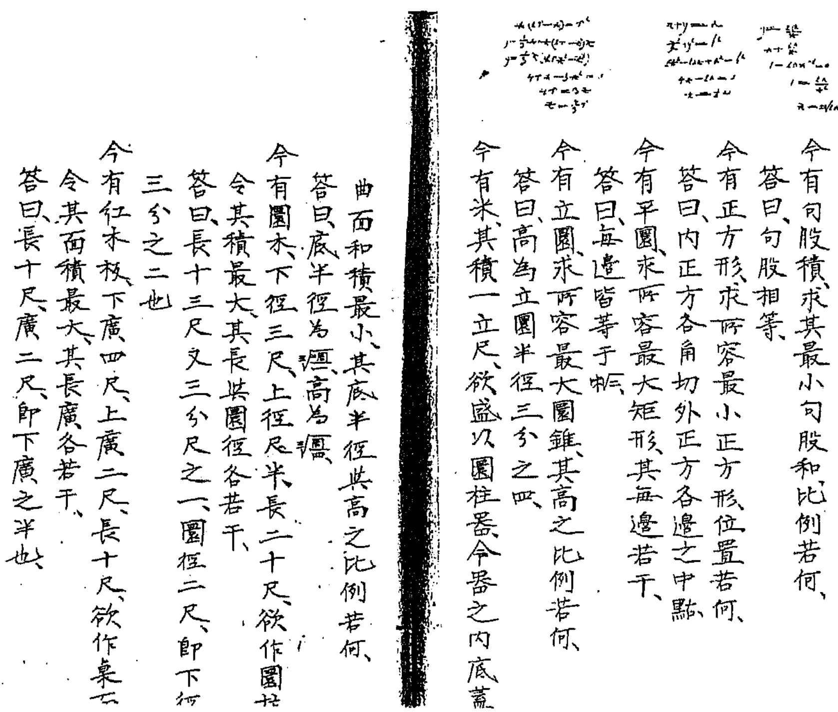
天＝$\dfrac{三}{二}$甲

またE. Loomisの原著159ページの練習問題14は次のような問題である：

Require the maximum con which can be inscribed in a given sphere.

Ans.

この問題に対する答えは英語版には記されていない。また，中国語訳本には答えは載せられているものの計算過程はない。中国語訳本の練習問題14を見ておこう（巻十二，“微分三”参照）：


今有句股積、求其最小句股和、比例若何、
答曰、句股相等、
今有正方形、求所容最小正方形、位置若何、
答曰、内正方各角切外正方各邊之中點、
今有平圜、求所容最大矩形、其每邊若干、
答曰、每邊皆等于
今有立圜、求所容最大圜錐、其高之比例若何、
答曰、高為立圜半徑三分之四、
今有米、其積一立尺、欲盛以圜柱器、令器之内底蓋
曲面和積最小、其底半徑與高之比例若何、
答曰、底半徑為 高為
今有圜木、下徑三尺、上徑尺半、長二十尺、欲作圜柱
令其積最大、其長與圜徑各若干、
答曰、長十三尺又三分尺之一、圜徑二尺、即下徑
三分之二也
今有杉木板、下廣四尺、上廣二尺、長十尺、欲作矩
令其面積最大、其長廣各若干、
答曰、長十尺、廣二尺、即下廣之半也、

資料2

今有立圓，求所容最大圓錐，其高之比例若干。

答曰：高為立圓半径三分之四。

この問題に対する神田の注文では次のような計算過程が書き残されている（資料2参照）。

$$x\ (2r-x)\ =r^2\ \text{（筆者注：正確な写法は}x\ (2r-x)\ =r^2\ \text{錐）}$$

$$y=\frac{1}{3}x\times x\ (2r-x)\ \pi$$

$$y=\frac{1}{3}\pi\ (2rx^2-x^3)$$

$$4rx-3x^2=0$$

$$4r=3x$$

$$x=\frac{4}{3}r$$

筆者が，神田孝平が使用した記号と英文原著および日本に現存する1865年以前に出版されたオランダ文の微積分の著作で採用された記号について比較をしてみたところ，神田が使用している記号とオランダ文の著作のそれと一致していることが判明した。神田が注記した内容と関連して考察すれば，筆者は，神田が『代微積拾級』を写し取ったとき，まだE. Loomisの英文原著を見ていなかった，と判断している。

神田の写本の検討から，神田が『代微積拾級』中の若干の重要な内容を既に把握していたことや，彼はオランダから輸入された微積分に関する数学書を参考にしながら微積分の知識を学習し始めたことが知られる。幕末当時の西洋数学の学習と西洋数学の伝授において洋算家が掌握していた西洋数学の知識は初等数学の中の最も基本的な若干の知識であり，限界があった。その数学のレベルは伝統的数学を研究している和算家に遠く及ばなかった。洋算家は西洋の語学に通じてはいても，直接西洋の数学の原書を通して高等なヨーロッパの数学知識を理解することは難しかったのである。『代微積拾級』等の漢訳数学書は漢字文化圏の伝統数学の内容に精通した中国数学者と西洋の宣教師との共同翻訳によるものであり，翻訳にあたっては中国固有の数学的伝統文化を十分に考慮していたから，単に中国人が容易に理解できるだけではなく，漢字文化圏に属する日本人教学者にとっても同様に接授することは容易であった。であるからこそ，漢訳西洋数学書を洋算家が西洋の数学知識を理解するための仲介的手段としたのも自然の成り行きであったし，まず最初に漢訳書の助けを借りて高等な西洋数学の概念を理解し，これをもって再び欧文原書を学習する一歩とするための基本書としたのである。このような利用は西洋数学の内容を学習する方法として近道であったことは間違いなかった。神田孝平はまさにそのような道筋にしたがって学習を行ったのであった。1872年刊行の『代微積拾級訳解』に寄せられた神田

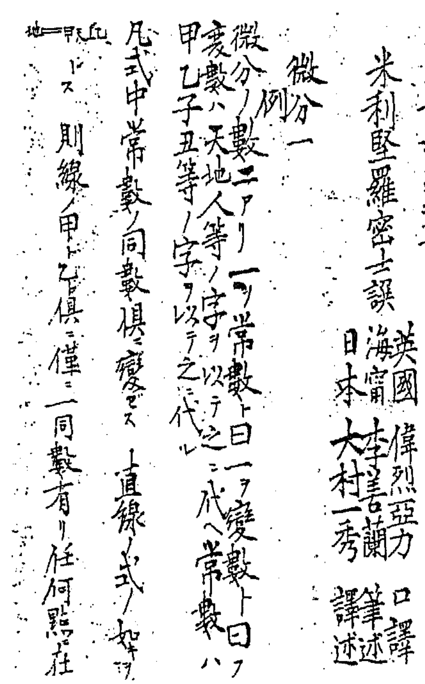
の序文によれば，神田は以後E. Loomisの原著を学習することが可能になり，かつまた『代微積拾級』を通じてE. Loomisの原著の翻訳作業が進行継続されたことを明らかにしている。

神田孝平の写本「代微積拾級」はその後，著名な和算家川北朝隣の手から数学者または数学史家でもあった林鶴一に伝わった。林鶴一と林の助手であった小倉金之助はともに論著の中に神田の写本が存在することを指摘している[8]。しかし，今日の日本の研究者は一般的にはこの写本の行方を知らなかったし，あるいはこの写本が存在するかどうかさえも疑っているという見解を『日本の数学100年史』の編者小松醇郎は示す一方で，神田の数学のレベルはせいぜい座標概念の知識にすぎないことを認めている[9]。筆者は東北大学附属図書館に神田の写本が存在していることを発見したが，この新たな発見は私たちに当時の洋算家の到達していた数学レベルについて新しい認識を持たせてくれる。そして神田自筆の写本「代微積拾級」は，それが写本であるにも関わらず，中日数学文史に対して或いは日本近代数学史の研究という視点からも極めて重要な資料であることは確実である。

4　大村一秀による『代微積拾級』の日本語訳本について

大村一秀による写本「代微積拾級」は現在，東北大学附属図書館に収蔵されているが，翻訳の具体的時期については記録されていない。和算家大村一秀によるこの写本は，『代微積拾級』を日本語訳したもので，各巻の最初には“米利堅羅密士譔，英国偉烈亞力口譯，李善蘭筆述，日本大村一秀譯述”とする原著者，口述者，中国語訳者と日本語訳者大村一秀の名前が書かれている（資料3参照）。これらの写本には，大村一秀本人の蔵書印が捺されているから，東北大学図書館蔵本は大村一秀本人の自筆写本であると断定できる。

大村による写本「代微積拾級」は全くの日本語訳本であり，李善蘭の中国語版を完全に日本語訳したものとなっている。筆者は大村本と李の中国語版を対照して，日本語訳本の数学記号と公式の表現形式は中国語版のそれと完全に一致し，数学用語と術語もすべて中国語訳本に由来していることを確認した。写本の表題が中国語訳本と全く同じであること


代微積拾級巻十
米利堅羅密士譔
英國偉烈亞力口譯
海甯李善蘭筆述
日本大村一秀譯述
微分一
例
微分ノ數ニアリ一ヲ常數ト曰一ヲ變數ト曰フ
変數ハ天地人等ノ字ヲ以テ之ニ代ヘ常數ハ
甲乙子丑等ノ字ヲ以テ之ニ代ル
凡式中常數ノ同數俱ニ變セス 直線ノ式ノ如キ
則線ノ甲ト乙ト俱ニ僅ニ一同數有リ任何點在

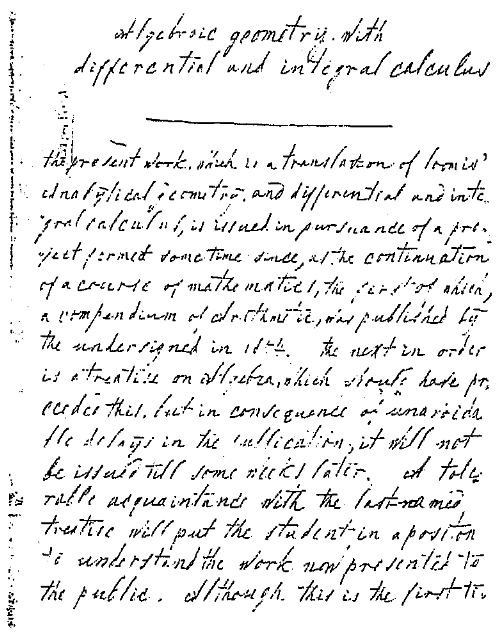
資料3

も言うまでもない。

大村一秀（1824～1890）は幕末の有名な和算家である。彼は多種類の和算書を残しており，数学について深い造詣があったと言える[10]。大村一秀も東京数学会社の設立当初の会員であり，また，雑誌『東京数学会社雑誌』の編集者の一人でもあった。明治10年から12年にかけて刊行された『東京数学会社雑誌』上に，大村一秀は次々と論文を発表したが，その中には微積分の内容に関するものもある。大村がこれらの論文で用いている数学記号と公式は全く西洋の記号と公式の形式に依っているから，この時期彼は十分に新しい西洋の数学の表現方式をマスターしていたと言えよう。現在のところ筆者は，大村一秀が訳本「代微積拾級」を著した時期を1860年代もしくは70年代初めと考えている。大村は和算家の出身であり，ヨーロッパの言語に精通していなかったから，最初に『代微積拾級』を通して，西洋の微積分についての知識を学習することはやむを得なかったのである。

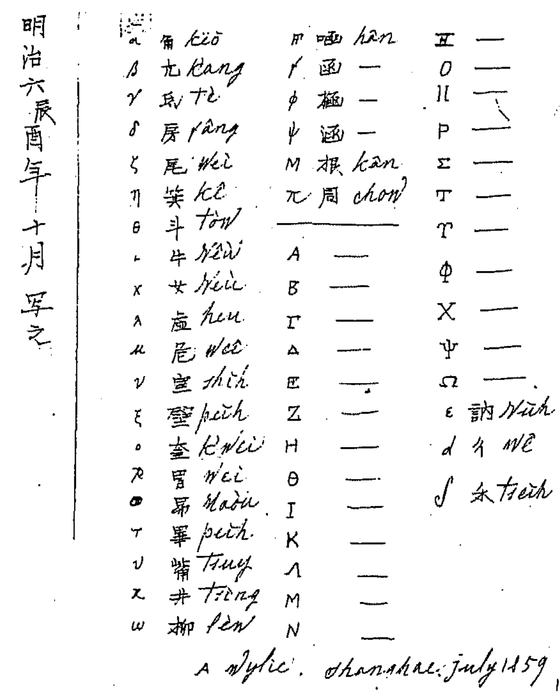
5　著者不明の「代微積拾級訳例」

東北大学附属図書館蔵「代微積拾級訳例」はあまり長くはない写本であるが，その中に一編の英文と一つの英語とこれに対応する漢語による数学の術語（数学符号を含む）の対照表が収められている（資料4，5参照）。資料4の英文の表題は *"Algebraic geometry, with differential and integral calculus"* と書かれ，資料5の対照表の末尾には "A. Wylie. Shanghae July 1859" と注記している。さらにこの写本の最後には "明治六辰酉年十月写之" の年紀も存在している。


Algebraic geometry, with
differential and integral calculus

The present work, which is a translation of Loomis' Analytical Geometry and differential and integral calculus, is issued in pursuance of a project formed sometime since, at the continuation of a course of mathematics, the first of which, a compendium of Arithmetic, was published by the undersigned in 1854. The next in order is a treatise on Algebra, which should have preceded this, but in consequence of unavoidable delays in the publication, it will not be issued till some weeks later. A tolerable acquaintance with the last-named treatise will put the student in a position to understand the work now presented to the public. Although this is the first ti[me]

資料4

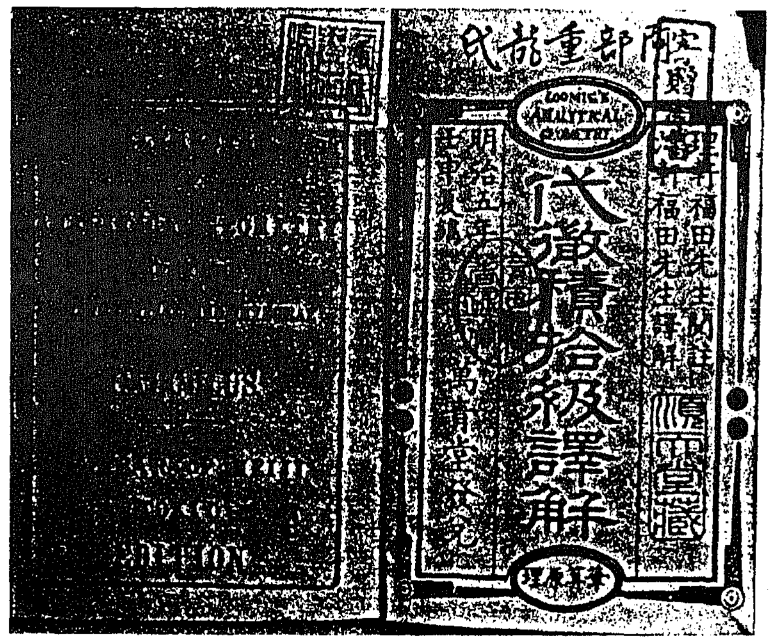


資料5

筆者は「代微積拾級訳例」と中国での初版本『代微積拾級』とを比較した結果，「代微積拾級訳例」に写された英文が，実は中国で初めて出版された『代微積拾級』中のA. Wylieが書いた英語の序文であることを発見した。また，その初版本中には英語と漢語による数学の術語対照表がついていることも見出した。そして筆者が実見した『代微積拾級』の初版本の中には，この英語の序文が付いているものと付いていないものが存在していた。現在，東北大学附属図書館狩野文庫に収蔵される『代微積拾級』には英語の序文と英語と漢語による数学の術語対照表がついている。この「代微積拾級訳例」が書写された年代は明治6：1873年と『代微積拾級』の出版された時期にかなり近く，このことから早期に日本に輸入された『代微積拾級』には英語と漢語による数学の術語対照表がついている版本もあることが判明する。この対照表には435項の項目が収められており，そのうち数学用語は330項である。これらの数学用語は当時の日本の数学者が大いに採用するものであると同時に，それらの多くが現在の日本でも使用されているものである。

6　福田半の『代微積拾級訳解』

福田半の『代微積拾級訳解』の第一巻は明治5：1872年に刊行された（資料6参照）。



資料6

表2

『代微積拾級訳解』総目録	『代微積拾級』目次
巻一（代数幾何一，二，三，四） 巻二（代数幾何五，六） 巻三至巻七（微分一，二，三，四，五，六，七） 巻八至巻九（積分一，二） 巻十（附録代微積訳例答式解意）	巻一至巻四（代数幾何一，二，三，四） 巻五至巻六（代数幾何五，六） 巻七至巻十六（微分一，二，三，四，五，六，七） 巻十七至巻十八（積分一，二）

この本は中国で出版された『代微積拾級』とE. Loomisの1871年再版の英語原著に基づいて翻訳されたものである。福田半は『代微積拾級訳解』の序文において次のように指摘している：

> "英国イレアリ（偉烈亜力）氏上海ニ於テ之ヲ口訳シ代微積拾級ト名ク今亦其号ニ随フ更ニ千八百七十一年出版ノ原書ヲ訳解シ又上海訳本ヲ比較シ……（略）家父ノ注解ヲ加ヘ編輯スト雖トモ，余ヤ短見不才尚其任ニアラサレハ必ズ其美ヲ尽サザルコトヲ歎ス。遇々孝平神田先生ノ訳稿ヲ借受ケ以テ潤色ヲ加ヘ速カニ稿ヲ脱ス。快然ニ堪ス茲ニ吐露ス" [11)]。

この序文から福田半は『代微積拾級』を翻訳するにあたって，中国語版と英語版を比較するだけでなく，神田孝平の訳したノートも参考にしていたことが分かる。『代微積拾級訳解』第一巻にはこの後の出版計画として各巻の総ての目次が載せられているが，これと中国語版の目次を対照すると上記のような表2となる。

先に触れたような2種の版本と神田のノートに基づいて，『代微積拾級訳解』は唯一一巻だけが出版されたが，この一巻は実際上，原本の解析幾何の僅かな部分，すなわち円に関する知識に及んでいるだけである。福田半（治軒）は著名な和算家福田泉（理軒）（1815～1889）の長男で，半は父の泉が創設した順天求合社で和算を学習したが，まもなく洋学に転向し，英国教官より西洋科学を学び，後には海軍教官の任に就いた。『代微積拾級訳解』は明治5年に東京萬青堂から出版されたが，明治12年出版された『明治小学塵劫記』の奥付に付加された"順天求合社算学書目"，及び明治13年刊の『筆算微積分入門』の最後に載せている"普通測算学校課書目"（両者とも順天求合社の出版書目）から，福田半が『代微積拾級訳解』を出版したのは一巻だけであることがはっきりとする。

福田半の『代微積拾級訳解』に表れる符号や公式は，E. Loomisの英文原著の表現形式を採用しており，中国語版とは著しく異なっている。しかし，本文は中国語版と一致しており，数学用語等は中国語版から写し録ったものとなっている。福田半のこの訳著は完璧とは言えないが，『代微積拾級訳解』が『代微積拾級』の日本語訳の最初の刊本として，その後の日本人研究者に比較的大きな影響力を持ち，当時の洋算を学習する主要な教材の

一つとなったことは言うまでもない。

福田半の編集した『筆算微積分入門』は1880年に出版されているが，この本は初めて日本人が編集し，かつまた正式に出版された微積分の数学書である。しかし，『筆算微積分入門』には少なからずの『代微積拾級』の内容が吸収されている。筆者が『筆算微積分入門』の数学の術語と『代微積拾級』の術語を比較して見たところ，"解析幾何"と"微分学"と"積分学"に関する用語のほとんどは『代微積拾級』の方から採用されていることを突き止めた。その一方で，個別の用語については書き改めたものもある。例えば"Limit"はA. Wylieと李善蘭は"限"と中国語訳しているが，福田半は"極限"に改めている。この術語は今日の日本と中国における用語とまったく同じである。中国と日本の現代数学で使用される"極限"は福田半の著作に由来するかも知れない。もっとも福田泉が和算の出身であることを考慮すれば，"極限"の発生は和算の術語と関係があろう。和算では"極限"については建部賢弘の「綴術算経」に既に現れており，書中に併せて，極限に関する問題を説明することに使っていることを指摘しておこう（「綴術算経」"探円術"第十一を見よ）。

7 「積分学提要」

「積分学提要」と題する一冊の写本が，現在日本学士院に収蔵されている。この写本は冒頭に記された署名から"数理研究舎"の著作であることが判明する。「積分学提要」は中国語による写本であるが，『代微積拾級』と比較してみたところ，『代微積拾級』に載る積分学の部分を要約したものであることが分かった。「積分学提要」に書かれている文章と中国語版の原書は完全に一致しているが，ただ数学記号と公式の表現方法において僅かな修正が見られる。例えば，アラビア数字を採用していることや，中国語の原書では分数（分式）の表示に於いて，分母を分数線の上に置き，分子は分数線の下に置く表記法が採用されたが，ここでは分母は下に，分子は上に変えられている。表3に2つの具体的な実

表3

『代微積拾級』第17巻	「積分学提要」
$\text{禾卯天亻天}=\frac{\text{二}}{\text{一}}\text{卯天}^{\text{二}}\perp\text{昞}$	$\text{禾卯天亻天}=\frac{1}{2}\text{卯天}^{2}+\text{昞}$
$\text{稀卯天亻天}=\frac{\text{二}}{\text{一}}\text{卯乙}^{\text{二}}\top\frac{\text{二}}{\text{一}}\text{卯甲}^{\text{二}}=\frac{\text{二}}{\text{卯}(\text{乙}^{\text{二}}\top\text{甲}^{\text{二}})}$	$\text{稀卯天亻天}=\frac{1}{2}\text{卯乙}^{2}-\frac{1}{2}\text{卯甲}^{2}=\frac{\text{卯}(\text{乙}^{\text{二}}-\text{甲}^{\text{二}})}{\text{二}}$

例を挙げておこう。

数理研究舎は武田派の和算家武田謙蔵が創立した数学の教育機関であるが，明治初期に数理研究舎は多くの数学書を編述している[12]。筆者は日本学士院において数理研究舎が編集した「幾何学問答」（全三巻）を調査したが，「幾何学問答」には“明治十年一月稿成”とする年紀が施されていた。

武田謙蔵（？～1906）は弘前の人で，旧姓を毛利恵助といい，和算家武田真元の養子になったのち武田姓に変わった。武田謙蔵は幕末の著名な和算家であり洋学家でもある内田五観の門人でもあったから，僅かではあるにせよ洋算についての知識を持っていたと思われる。武田は安政元：1854年に「算法幼学集」を著した。その後の彼の著作は主に和算におかれていたが，しかし著作の中には洋算書も存在している。例えば，明治29年の「西洋的筆算之主義」とする一冊がそれである。こうした状況を勘案すれば「積分提要」は明治初期の著作と考えてよいと思われる。

8 まとめ

日本人自身の手によって著述あるいは翻訳された西洋式の微積分の著作が出版されるのは1880年代からである。これは日本人数学者が1860年代から70年代にかけて『代微積拾級』を見ることができたこと，また『代微積拾級』が日本人にとって言語的障害のない唯一の微積分の数学書（後には「微積溯源」も伝来する）であったことが指摘できるが，このことは当時の日本において『代微積拾級』が広く伝播し，遍く歓迎され受け入れられていたことを意味している。著名な数学史家三上義夫は当時の和算家にとって“読みやすくて最好の微積分学書はE. Loomisの微積分の中国語訳本だけである”と認めており[13]，さらに三上は漢訳の西洋数学が日本へ与えた影響について“日本が最初に西洋の微積分を学習するにあたって，中国の『代微積拾級』が非常に大きな役割を果たした”と指摘している[14]。『代微積拾級』は幕末から明治初期の二十数年間に，日本における標準的な微積分の参考書となり，日本数学の近代化にとって重要な影響を与えたのである。一方，洋算家は『代微積拾級』の学習を通して，高いレベルの西洋数学の知識を理解し，日本の洋算を初等数学から高等数学へ変換することを促進させた。他方，西洋文字を知らない和算家にとって，『代微積拾級』は高い水準の洋算知識を獲得するただ一つの道でもあった。日本近代数学の先駆者達は一般に直接あるいは間接にこの本を利用したのであるが，1870年代から80年代の微積分に関する各論文と著書に程度は違うものの，影響を及ぼした。

1880年代に至るまで，『代微積拾級』は変わらず日本での微積分の知識を学習する重要な参考書であった。この事実は当時出版された数学書の序文から分る。例えば，明治14：1881年，数学者長沢亀之助が自ら翻訳した『微分学』の序文なかに“算書が出版されることが近年盛んとなっているが，しかしそれらのほとんどは通俗書であって，高等な数学を扱ったものはほとんどない。……かつ算術用語の訳字の如くして，今日の学界での先例は僅かである。故に僅かに中国語訳の『代微積拾級』，『微積溯源』などの二，三の数学書に依拠している。あるいは代威斯氏の数学字典を参考にしている。”と指摘している[15]。

李善蘭とA. Wylieは『代微積拾級』などの翻訳過程中において，大量の数学用語を作り出した。これらの用語は自然，精練，適切という点において優れていたから，当時の中国人の受容もさることながら，明治時代の日本人数学者にもこれらの数学用語は採用されたのであり，今日なおたくさんの用語が使用され続けているのである。日本は明治以来，幾度となく数学用語を審査し修訂しているが，『代微積拾級』中の数学用語については現在も大量に留保されており，“微分”，“積分”，“微分方程式”，“微分係数”，“全微分”，“級数”，“横軸”，“縦軸”，“曲線”，”曲率”，“切線”，“函数”，“陰函数”，“陽函数”，“極大”，“極小”などは最も基本的な数学用語となっている。このように数学術語の視点からも，『代微積拾級』が日本に与えた影響は中国に対する影響と同様に大きいのである。

謝辞：本拙論の資料調査の過程中において，岩手医科大学の柳本浩助教授並びに東北大学の吉田忠教授には多大な援助とご指導を戴いた。また，成文においては前橋工科大学の小林龍彦教授のご援助を戴いた。文末ながらこの場を借りて各位に厚く御礼申し上げます。

参考文献

1) E. Loomis : *Elements of Analytical Geometry and of the Diffrerential and Integral Calculas*, New York, Haper & Brothers Pablishers, 1851.
2) 日本の数学100年史編集委員会：『日本の数学100年史』，岩波書店，1983年，p. 23.
3) 小倉金之助：明治数学史の基礎工事，『数学史研究』第二輯，岩波書店，1948年，p. 222.
4) 小倉金之助：極東に於ける数学の国際化と産業革命，『数学史研究』第一輯，1935年，pp. 222–223.
5) 前出：極東に於ける数学の国際化と産業革命，pp. 222–223.
6) 東京数学会社：『東京数学会社雑誌』，明治10：1877年11月第一号。
7) 菊池大麗：本朝数学に就て，『関孝和先生二百年忌記念本朝数学通俗講演集』，大日本図書，1908年.
8) 同3)，p. 175. または，林鶴一：『和算研究集録』下巻，東京開成館，昭和12年，p. 151を見よ.
9) 小松醇郎：『幕末・明治初期数学者群像（上）』，吉岡書店，1990年，p. 70.
10) 遠藤利貞遺著，三上義夫編，平山諦訂：『増修日本数学史』，恒星社，1981年，pp. 564–565.
11) 福田半著，福田泉閲：『代微積拾級訳解』巻一“序”，明治5：1872年.

12) 日本学士院編：『明治前日本数学史』第5巻，岩波書店，1960年，pp. 371–372.
13) Yoshio Mikami : *Mathematics in China and Japan*, New York, Chelsea Publishing Company, Second ed., 1974, p. 173.
14) 三上義夫：和漢数学上の関係及び比較，『中央史壇』，大正12：1923年，第6巻上.
15) 長沢亀之助：『微分学』"序"，数理書院，明治14：1881年

（受理日：1999年11月11日）

講　座

清少納言知恵の板とタングラム

高木　茂男

正方形等の板をいくつかの片に分割したものをすべて用いて，指定された図形を作る遊びを知恵の板という。裁ち合わせ問題の「合わせ」だけを問題にしたものといってもよい。今回はその中から，「清少納言知恵の板」と「タングラム」という代表的な二つの知恵の板について，その歴史を辿ってみることとしたい。

1　清少納言知恵の板

『清少納言智恵板』は，我が国で最初の知恵の板の本である。縦11cm，横16.5cm，横長の小型本で，その中に42題の問題とその解答を収めている。序文に寛保2年（1742）の年記がある。現物は，東京では港区の有栖川宮記念公園の中にある都立中央図書館の加賀文庫で見ることができる。活字による復刻は『雑芸叢書』（大正4年，1915，戦後も1979年に日本図書センターから複製版が出ている）にあり，印影は『智恵の板（太平文庫　15)』（昭和59年，1984，太平書屋）にある。筆者も自家版で復刻したことがある。

ところで題名の「清少納言知恵の板」であるが，この本の序文に

清少納言の記せる古き書を見侍るに，智ふか（深）ふして心目をよろこばしむこと多し。その中に智恵の板と名づけ，図をあらわ（表）せるひとつの巻あり。

とある。つまり清少納言（10世紀後半から11世紀前半まで）の書いたものの中に知恵の板の問題が出ていて，この本はそれを基にしたというのである。清少納言はその著『枕草子』に見られるように才気煥発の女性であるが，この話に根拠があるとも思えない。江戸時代の本には，箔をつけるために昔の有名な人の名を借りる例がよくあるので，これもその類だと思われる。

なお，この序文には含霊軒という名があるが，含霊軒は板元である。平山諦は，この本の真の著者は環中仙ではないかと推理している。環中仙（生没不明）は享保年間に活躍した人で，その著書は多方面にわたっている。すなわち，環中仙，多賀谷環中仙，環中仙元陳，環中仙い三の名で，数学書としては

初心算法早伝授　3冊

を著し，数学遊戯の本として

　和国智恵較　2冊（享保12年，1727）
を，奇術や当座芸の解説書としては
　珍術さんげ袋　2冊（享保10年頃か）
　続さんげ袋　2冊
　唐土秘事海（もろこしひじのうみ）　2冊
を，からくりの解説書として
　璣訓蒙鑑草（からくりきんもうかがみぐさ）　3冊（享保15年，1730）
を，影絵の本として
　当世影絵姿加々見　2冊（享保15年，1730）
をそれぞれ著している。

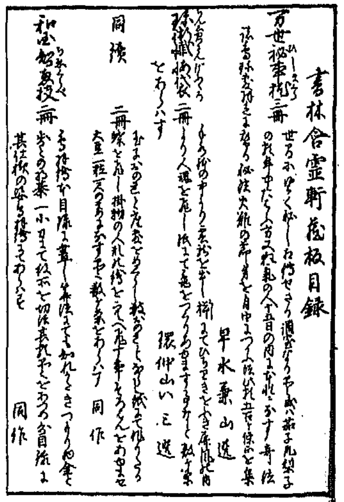


図1

図1は『璣訓蒙鑑草』の巻末に載っている広告で，2ページに亘っており，環中仙の著書のほとんどを含霊軒が取り扱っていることが分かる。平山諦は，環中仙が没したので，含霊軒の名で出版したのではないかと考えている。もうひとつ決め手を欠いてはいるが，可能性はかなり高いように思われる。

清少納言知恵の板は7片からなっていて，次ページ図2に示すように，正方形を作るのに二様の組み方が可能である。もう一つ注目すべき点は，「釘貫（くぎぬき）」という題で，図3上のように真ん中が中空な正方形が出題されていることで，図3下のように組むことが可能である。これはアメリカのパズル研究の第一人者マーチン・ガードナー（Martin Gardner）が絶賛している。実は原著にはもう一題，真ん中が中空の直角二等辺三角形が「鱗形」の名で出題されているのである。図4上がそうで，最初に見たときに衝撃的な興奮を覚えたが，実際にやってみるとうまくいかない。解答の通り並べてもがたついている。試しに計算してみたら，高さ4cmの三角形で1mmほど底辺の中央部が出っ張って，少し極端に描くと図4下のようになる。

同じようなケースはほかにもあって，「蓮華」という問題図は，解答のとおりに組んでいくと端がきっちりとは合わない。わずかな違いは大目に見ていたようで，おおらかなものである。また，明かな誤りもある。「神鏡」は問題図は鏡の形が八角形なのに，解答図では六角になっている。また「おしどり」でも，問題図と解答図とでは顔の形がちがっている。こうした点はあるものの，大部分の問題はなかなかよくできている。

『清少納言智恵板』に載っている問題図42題の内訳は，器物が最も多くて24題（八角鏡，花生，三重塔，曲尺，時計，屋形船，糸巻，腰板等），全体の八割を占めている。次いで生物が4題（雁，猿，おしどり，鯛），人物が1題（三番叟），自然が1題（富士山）の順となる。若干の例を次ページ図5に示した。題材といい，形といい，完全な日本人好みのもので，中国の影響は感じられない。

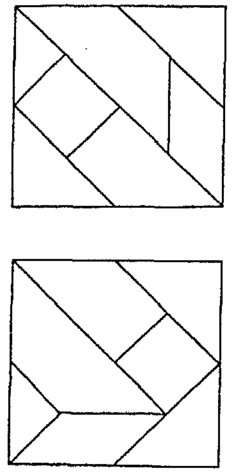


図2

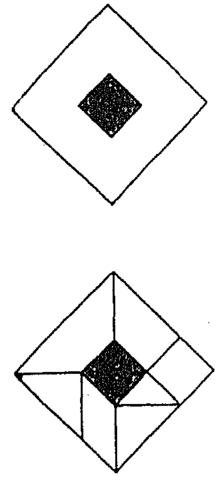


図3

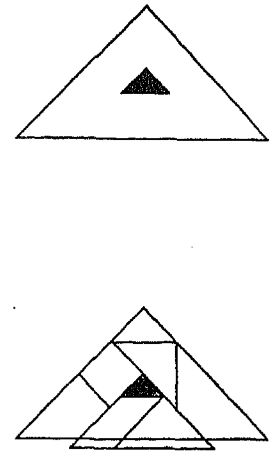


図4

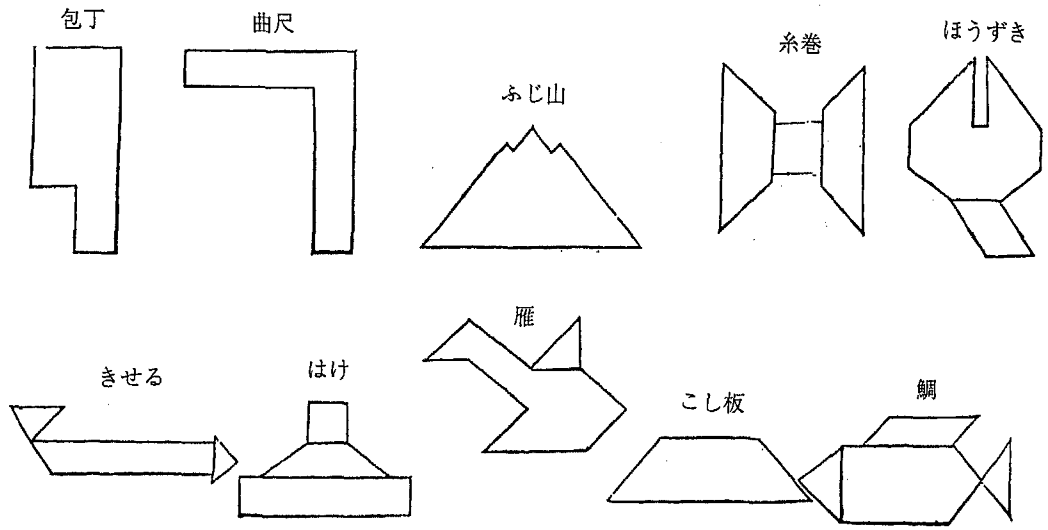


図5

『清少納言智恵板』が出た翌年の寛保3年（1743）に，中根彦循の『勘者御伽双紙』が刊行されている。その上巻の「裁合物の事」に，縦横が1：2の長方形を適当に切って正方形に組む問題が載っている。その別解として，図6の破線のように6片に切ると，(1)のような正方形が得られるだけでなく，(2) から (6) のような形もできるとあるのは，一種の知恵の板である。しかも例題の鱗形，袴腰（腰板），釘抜きは『清少納言知恵板』のものと名称，形ともに酷似している。こうしたことからみて，これは中根が最新の話題を自分の本にいち早く取り入れた，というところではないだろうか。

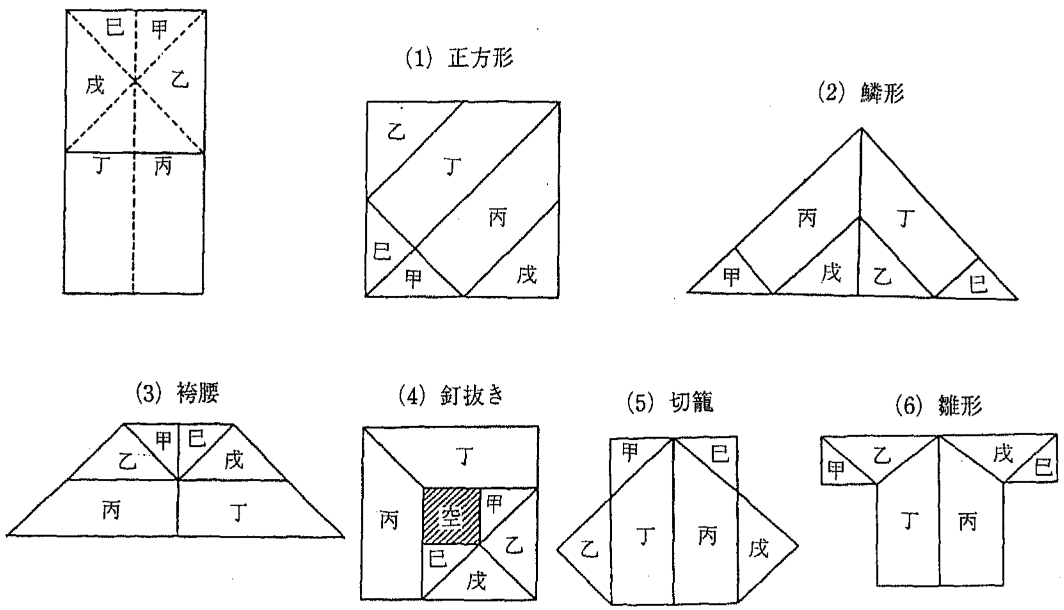


図6

斎藤月岑『武江年表』の「延享年間（1744～1748）記事」の箇所に，話題になったものを列記した中に，

智恵筏（今も子供のもて遊ぶちゑの板なり）

というのがある（金子光晴校訂『増補　武江年表1（東洋文庫116）』，1968，平凡社）。『清少納言知恵板』が出た数年後の出来事である。この智恵筏については，花咲一男が太平文庫の『智恵の板』の序文で，延享2年（1745）の江戸版『俳諧時津風』に図7のような挿し絵のあることを紹介している。そして「通常のもの（清少納言知恵の板のこと）とは裁ち方が異なるようだ」というコメントを載せている。

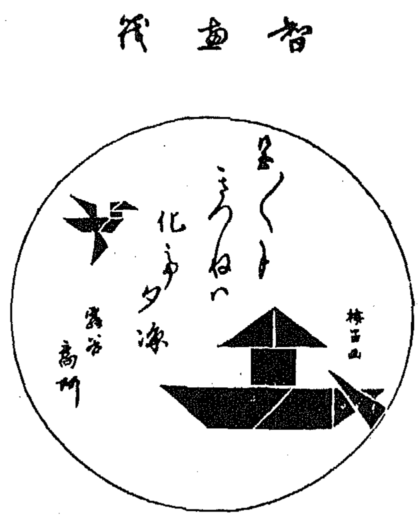


図7

確かに屋形船の櫂に見立てた三角形の片は，清少納言知恵の板にはない形である。そこで筆者も「これは清少納言知恵の板ではない」と思っていた。ところが，最近，この形を清少納言知恵の板の7片で組んでみた。すると6片までは正確に組めることが分かった。違うのは櫂が三角形ではなく，平行四辺形になることだけである。そこで左上の鳥を組んでみたところ，これも6枚まではこの通りほぼ組めることが分かった。唯一違う点は，羽根の一つが図では三角形なのに台形になることである。

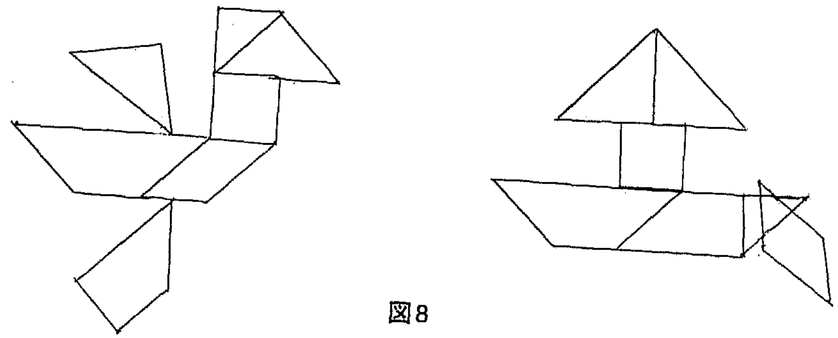


図8

言い換えれば，屋形船の図には平行四辺形がなくて，代わりに頂点の尖った三角形がある。鳥の図には，平行四辺形はあるのに，台形がない。こういうことになる。元の図を清少納言知恵の板の片で組んだものを図8に示した。

屋形船と鳥は図は同じ片でできているはずなのに，これは矛盾である。それに，知恵の板の片は，一つの基本図形（正方形のことが多い）をいくつかの片に分割して作ったものである。だから，清少納言知恵の板の片の1枚だけを他の形に変えるということは不可能である。こうしたことを勘案すると，『俳風時津風』の図が不正確なだけで，智恵筏は清少納言知恵の板であると断定せざるを得ない。『清少納言知恵板』の用具は，「智恵筏」という名で市販されたのである。

ところで『武江年表』正編（八巻）は，嘉永元年（1848）に脱稿し，同3年（1850）に刊行されている。「今も子供のもてあそぶ……」とあるので，この原稿の書かれたころまで知恵の板が引き続き遊ばれていたことが分かる。

また富山の和算家中田高寛（1739～1802）は，清少納言知恵の板を研究して，安永（1772～1780）頃に『並物　一百余品』を著している。ただしこの本は，中田高寛先生顕彰会『北陸算学の祖　中田高寛先生』（1964）に4葉の写真が載っているのを見ただけで，現物は見ていない。

清少納言知恵の板が世上に流布していることをはっきり示す記事が，浜松歌国の『摂陽奇観』巻之四十二にある。それは寛政年間（1789～1800）に新たに19片一組の知恵の板が作られて市販されたという記事であるが，その前段にはこうある（『摂陽奇観（五）（浪速叢書　第五）』1928刊行，1978復刻，名著出版）。

先に世の翫ひとなる智恵板てふ物は　前に図するごとく七枚の板を以て人物花鳥器財の形をたくみに出す

これに付けられた図が図9であるが，疑いもなく清少納言知恵の板である。そこには40ほどの解答図が載っているが，よく見ると『清少納言智恵板』と共通するものがほとんどである。ただし「三番叟」を「まいまい（舞々）」にしたように名を変えたもの，組み方

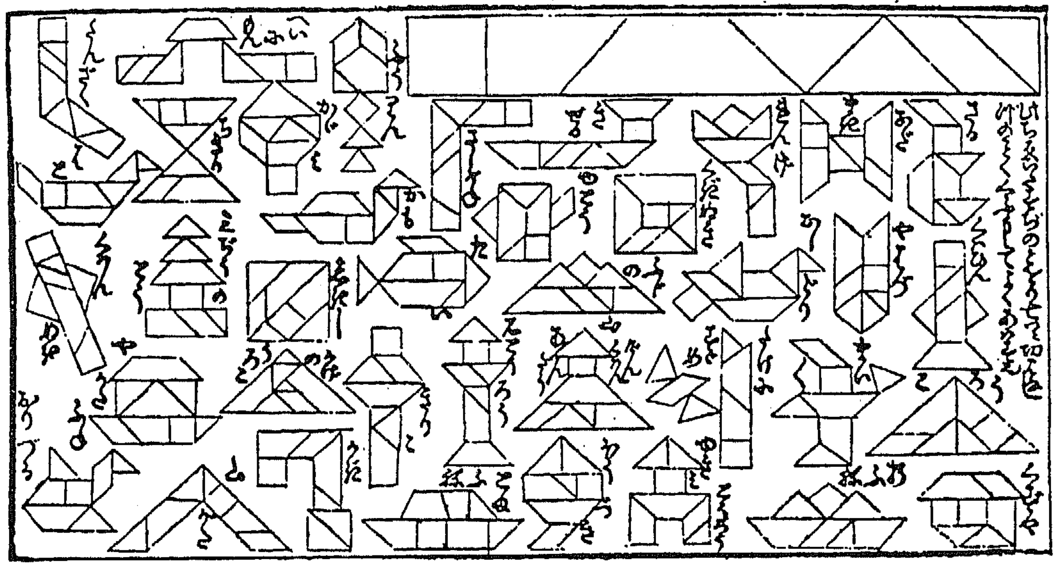


図9

や向きの異なるもの，少し形の違ったものもある。「時計」を少し変形して「ゆきみどうろう（雪見灯籠）」にしたのもその一例である。「たけにすずめ（竹に雀）」のように全く新しいものはいくつもない。なお，この図はそうとう不正確であるので，注意を要する。

寛政年間には，清少納言知恵の板以外に，19片一組の知恵の板が売り出されたことを『摂陽奇観』は報じているが，さらに15枚一組の知恵の板も出た。これらの知恵の板については別の機会に報告したいが，こうして知恵の板は三つどもえ状態になったのである。『古事類苑』によれば，『大江俊矩記』の享和4年（改元して文化元年，1804）のところに，

> 正月六日丙申，美濃屋伊介　年玉絹糸一包，子供両人へ手遊（智恵板一箱，将棋盤一箱）

と書かれているとのことだが，この知恵の板がこの三つのうちのどれかは分からない。

さらに時代が下がって天保8年（1837）に，清少納言知恵の板の問題図を306種も掲載した（ただし解答図はない）『江戸ちゑかた』が刊行された。太平書屋の『智恵の板』に原寸大の影印が収録されている。同書によれば天地18.2cm，左右12cm，序文等はなく，全丁簿藍色刷りで，最終丁表に「江戸ちゑかた　天ホウ八正月　あつさに上す」とあるという。32ページ図10にその1ページ分を示す。

それから2年たった天保10年，中国の知恵の板の本，『七巧図合璧』の日本版が刊行されたが，日本版の序文にこう書かれている。

> 本邦有智恵板之戯，憶余童稚時，当直為弄具，近日購得舶来檀几，其形略与此相類，

> 始知彼邦亦此戯，而未知其名。
>
> (我が国には知恵の板の遊びがある。思い出すに，わたしがまだ若かった頃，この知恵の板で遊んだものだった。最近，中国渡来の檀几を購入したが，その形がほぼ同じであり，初めて中国にもこの遊びのあることを知った。しかしこれを何と呼んでいるかは知らない)

後で述べるように，中国の知恵の板七巧板は，清少納言知恵の板と同じように正方形を七つに切ったもので，切り方も似ている。ここで言っている我が国の知恵の板が，清少納言知恵の板であることは明かである。

ところで，ここにおもしろいものがある。嘉永（1848～1854）頃に刊行された『実紫（みむらさき）』の第拾三編下の巻の挿し絵に知恵の板のあることを，須賀源蔵がパズル懇話会の機関誌『こんわかいNEWS』1988年880740ページに報じている。これは柳亭種秀の書いた小説で，『偽紫田舎源氏』の亜流の一つで，俗に源氏物と呼ばれるものとのことである。その挿し絵を図11に転載した。知恵の板で組んだ犬と魚の図がついているが，使われている片は

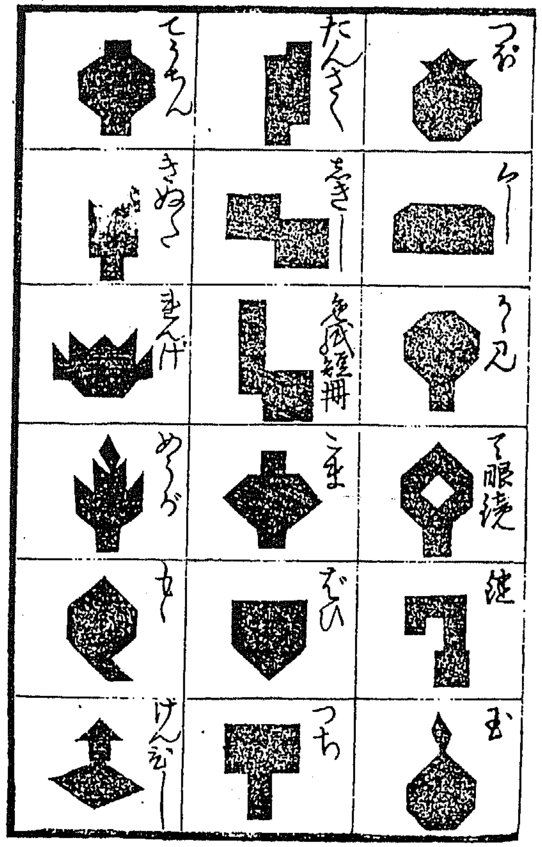


図10

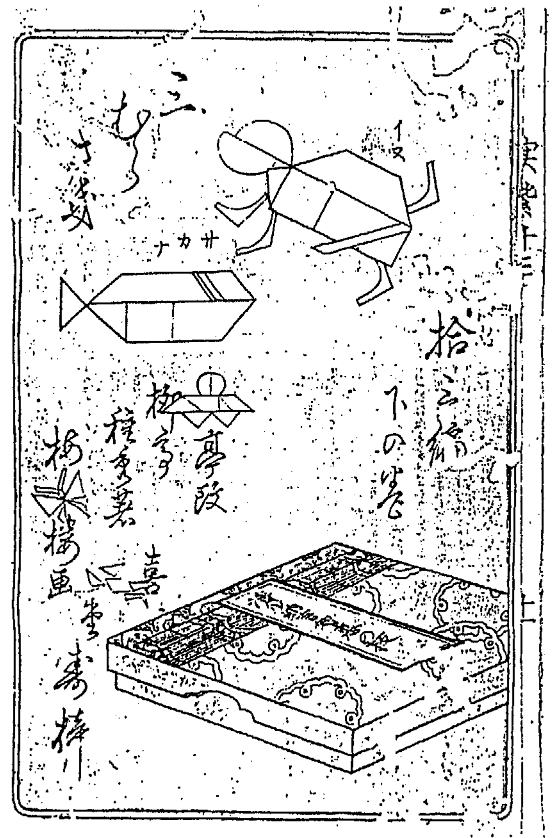


図11

19枚か15枚一組の知恵の板のようである。しかし，下部の箱には「清少納言知恵の板」と書かれている。以前これを見たときには，画家がよく知らずに間違えたと思っていたが，最近では，「清少納言知恵の板」が知恵の板の代名詞として使われたのではないかと考えている。西洋では，「タングラム」が知恵の板の代名詞として使われるケースがよく見られるからである。

以上述べた以外に，筆者は一枚ものの清少納言知恵の板の問題図を持っている。図しか載っていないので，発行所も年代もいっさい不明であるが，おそらく用具とセットで売られたものであろう。こんなものも出たということで，付録に少し縮小したものを添付した。

このように，100年も遊ばれてきた清少納言知恵の板であるが，明治になると，完全に過去のものになってしまったようである。明治9年（1876）に幼稚園が開設されると，教材として知恵の板が再認識されて，もてはやされる。しかしその対象となったのは，後で詳述するように，清少納言知恵の板ではなく，タングラムだった。また，松浦政泰の『世界遊戯法大全』（明治40年，1907）には，知恵の板としてタングラム，益智図（中国の15片の知恵の板），それに日本の19片の知恵の板が載っているが，清少納言知恵の板の名はない。

2　タングラム（七巧図）

タングラムは，清少納言知恵の板と同じように正方形を7片に分割したものを用いる知恵の板で，切り方も似た点があるが，両者の間に何か関係あるかどうかは分からない．タングラムの片を図12に示す。

タングラムは中国で生まれた。中国語では七巧図と言い，用いる板を七巧板と呼ぶ。これがヨーロッパに伝えられて流行し，新しい問題図が続々と作られて，19世紀の中頃には西洋に定着してしまった。いつのころからか「タングラム（TANGRAM)」と呼ばれるようになった。その時期は不明だが，この言葉が最初にウエブスター辞典に載ったのは，1864年のことだという．今では西洋のものだと言ってもよいほどで，本もたくさん出ているし，タングラムのセットも絶えず売られている。

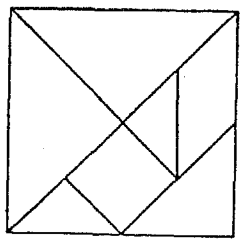


図12

最初に西洋に伝えられた時期であるが，従来の定説は19世紀初頭というものであった。ところが最近，イギリスのパズル研究家のジェイムス・ダルゲティ（James Dalgety）がオランダのパズル誌“CFF（Cubism For Fun)” No. 46, June, 1998に寄稿して，イタリアで1790年ころに出版されたタングラムの本，“Nuovo Giuoco Chinese”（新しい中国遊戯）があることを報じている。図13は同誌に掲載されたその本の挿し絵で，左側の人物は紙製のセットを切り離しているところである。この形は疑いもなくタングラムである。この年代推定が確かなら，中国も含めて，実は現在知られている最も古いタングラム（七巧図）の本ということになるのである。また，ヨーロッパに伝えられた時期も，従来の定説より10年は早まったことになる。

図13

話を中国に戻そう。では，七巧図はいつ誕生したのだろうか。これは不明というほかない。今から30年くらい前までは，どのパズルの本にも判を押したように，「今から4000年以上前に中国人のタンが発明した」と書かれていた。しかし4000年以上前と言えば，歴史の古い中国でも有史以前，文字の発明される前である。このおかしな話の仕掛け人はアメリカのパズル研究家サム・ロイド（Sam Loyd，1841～1911）である。彼は1903年に“The Eight Book of Tan, Part 1”（タンの八番目の本　第1部）という題のタングラムの本を出した。その本の序文に，中国には4000年以上前に書かれたタングラムの7巻本があるという話が載っている。これがいろいろなメディアを通じて広まったものである。マーチン・ガードナーは“Sientific American” 1974年8月号（日本版『サイエンス』では10月号）で，「ロイドはこの遊びの起源に関して，とんでもない伝説を創作した。これはパズル史上最大の悪ふざけである」と書いている。これは彼の“Time Travel and Other Mathematical Bewilderments”（1988）に再録されている。このガードナーの宣言以後，さすがにパズル家の書くものからは4000年説は姿を消した。

現在分かっている最古の七巧図の本は『七巧図合璧』である。ただ本の表題に「合璧」とあることは，それ以前のものから選りすぐったものという意味と思われ，桑下客の序文にも前年に出されたものの話などがあるので，これ以前から七巧図の存在していたことは確かである。

問題は『七巧図合璧』の刊年である。これについては，『数学史研究』通巻160号（1999）の「落穂集」に寄稿したように，目下論争になっている。内容をもう一度繰り返すと，平山諦は彼の著書『東西数学物語』（初版1956，増補版1973）に，

私の手にした中国の最も古い文献は，嘉慶8年(1803) に出版された『七巧図合璧』である。

と書いてる。この文によって，我が国のパズル家の間では，この本の刊年が嘉慶8年 (1803) というのが定説になっていた。

ところが，ジェイムス・ダルゲティを始めとする欧米の研究家は，西洋にあるものはいずれも1813年刊行のものであるから，1803年は間違いではないかと疑っている。1996年の暮れには，直接1803年版の所在を問い合わせてきた。そこで，平山氏あてに問い合わせの手紙を出したが，返事はいただけなかった．そこで独自に調査をした。『七巧図合璧』は前に述べたように，天保10年 (1839) に日本版が出ている。それには図14で見るように，「嘉慶癸酉新鐫」とある。わかり易いように西暦，干支，清暦の対照表を作ってみると，下のようになる。

図14

西暦	干支	清暦	西暦	干支	清暦
1803	癸亥	嘉慶8	1809	己巳	嘉慶14
1804	甲子	〃 9	1810	庚午	〃 15
1805	乙丑	〃 10	1811	辛未	〃 16
1806	丙寅	〃 11	1812	壬申	〃 17
1807	丁卯	〃 12	1813	癸酉	〃 18
1808	戊辰	〃 13	1814	甲戌	〃 19
			1815	乙亥	〃 20

そこで癸酉というと嘉慶18年 (1813) である。その上，この本には桑下客の序文があるが，そこには「嘉慶昭陽年」とある。「昭陽」というのは，「癸」の異称である。素直に解釈すれば刊年と等しい1813年と考えられるが，1803年も癸である。

さらに30年ほど前のメモから，その頃見た『七巧原編』という本が，『七巧図合璧』の再刊本と見られることが分かった。桑下客の序文と跋文は「合璧」のものと実質的に同文で，中の問題も少なくとも筆写した数ページは同一である。「合璧」以後，続々と知恵の板の本が刊行されるので，「これが元祖だ！」という意味で「原編」と名付けたものであろう。そして何よりも注目すべきことは，桑下客の序文の年記が「嘉慶昭陽年」から「嘉慶癸酉」になっていることである。

以上のことから，平山氏の書いている1803年版の存在は疑わしくなったのである。それで一文にまとめて『数学史研究』に寄稿したが，最近，もう一つ傍証が見つかった。『七巧図合璧』には問題図だけ載っていて，解答図がない。そこでその後解答図だけを載せた『七巧図解』という本が出された。それには「嘉慶乙亥鐫」とあるから1815年の刊行である。解答編は問題編からせいぜい一，二年のうちに出ていないとおかしい。これも1803年版の存在を疑わせるものと言えよう。

『七巧図合璧』の刊行以来，中国では続々と七巧図の本が刊行された。筆者のつかんでいるものだけでも，『七巧図解』(1815)，『七巧新譜』(1816)，『七巧図録』(1853)，『游戯機杼』(1853)，『七巧八分図』(1861) と結構ある。前述の『七巧原編』は，年記は嘉慶癸酉 (1813) であるが，実際には1850年ころに刊行されたものと見られる。これらのうち最大のものは『七巧八分図』で，全体を八部分に分類した全6冊の大著である。あるいはこれがサム・ロイドの言うタンの7巻本のモデルになったのかもしれない。

『七巧図合璧』以前の本がなぜ見つからないのか。それについては，筆者はこう考えている。七巧板は板だけでは何の役にも立たない。そこで板が売られるときには，必ず問題図を集めた紙または冊子が付いている。『七巧図合璧』以前のものは，この冊子で提供されたものだったのではないだろうか。七巧図が流行すると，板と独立した問題図の本を作っても売れるようになる。こうして，題字をつけ，序文や跋文もある本の形で出版した。その最初のものが『七巧図合璧』ではないだろうか。

一方我が国では，前に書いたように天保10年 (1839) に『七巧図合璧』の復刻版が出ているが，江戸時代のその後のことはよく分からない。

明治9年 (1876) に，最初の幼稚園が開設された。これがきっかけで幼稚園の教材として知恵の板が再評価された。脚光を浴びたのはタングラム (七巧図) だった。早速園児用のタングラムのセットが作られて販売されたほか，橋爪貫一『新撰智恵之版図式 (幼稚園用器具)』(明治11年，1878)，飯島半十郎『幼稚智恵のみちひき』(明治18年，1885) が出版され，『七巧図合璧』も再度復刻 (明治16年，1883) されている。

樋口一葉 (1872～1896) の代表作『たけくらべ』(明治29年，1896『文芸倶楽部』に発表) に知恵の板が出てくる。

> 伯母さん此処の家に智恵の板は売りませぬか，十六武蔵でも何でもよい。手が暇で困ると美登利の淋しがれば……

これも当時の状況を考えると，タングラムであろうと思われる。

西洋については，ここでは述べない。とくに興味のある方は，オランダのグラフィック・デザイナー，ヨースト・エルファーズ (Joost Elffers) の著した“TANGRAM” (1976) をご覧いただきたい。日本語訳は昭和51年 (1976) に坂根厳夫・高木茂男・野口広監訳

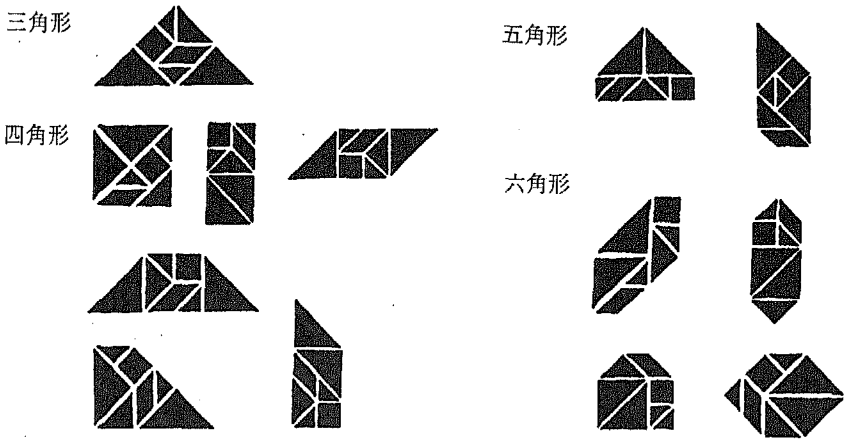


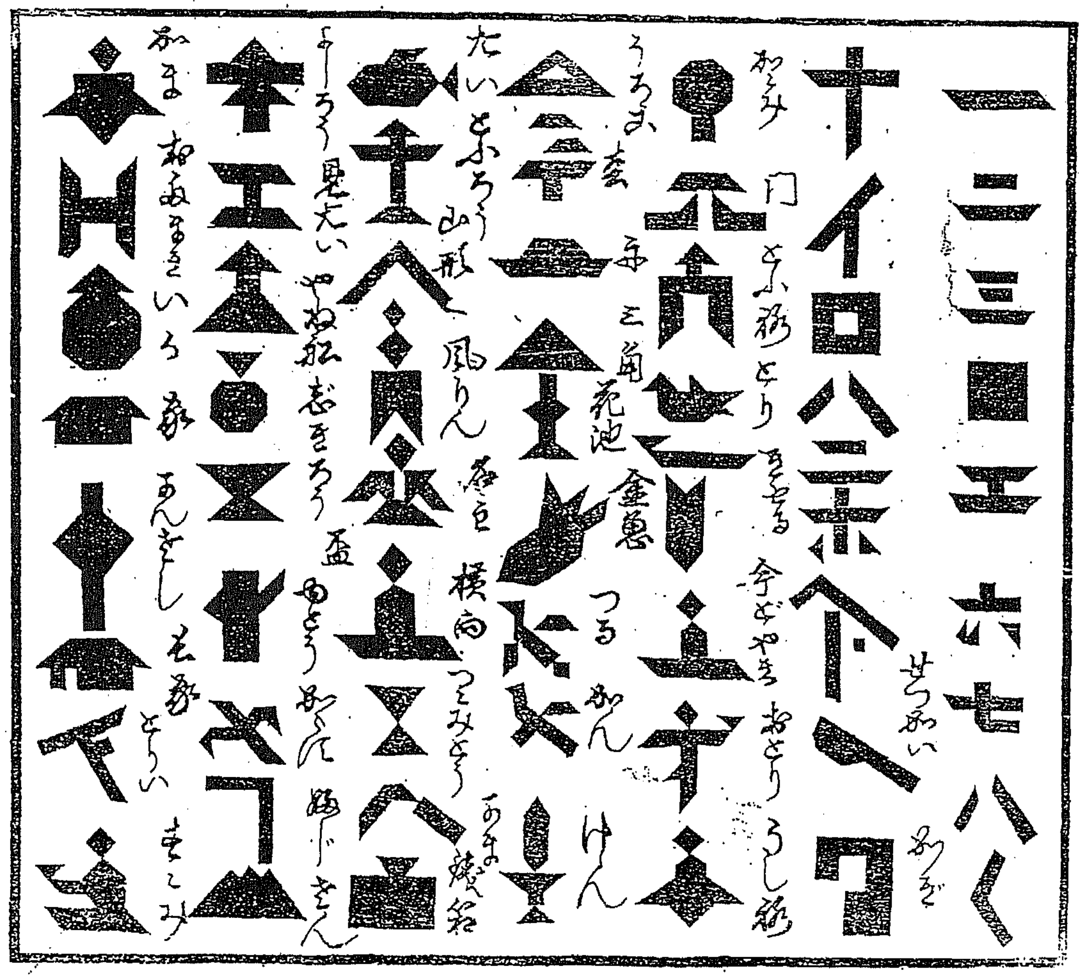
図15

『タングラム　知恵の板』（河出書房新社）として出ている。

最後に，タングラムに関する数学的な話題を紹介しておこう。タングラムの7片を全部使って作ることのできる凸多角形が13種類であることの証明が1942年に中国の数学者によってなされた。これらの多角形と組み方の一例を37ページ図15に示す。タングラムで作ることのできる凸多角形の内角は，45の倍数の45°，90°，135°であり，n角形の内角の和は（$n-2$）×180であるから，nは8以下であることが容易に導き出される。以下の証明や図形の個数について興味のある方は，先の『タングラム　知恵の板』の「タングラムの分類とその個数」をお読み頂きたい。

（受理日：2000年1月23日）

付録　一枚物の清少納言知恵の板問題図



落穂集

バビロニアの算盤について

室井　和男

バビロニアの算盤については，ほとんど何もわかっていない。遺物として残っていないためである。しかし，古バビロニア時代（紀元前19～16世紀）の商業活動の活発さを考えると，何らかの算盤が用いられたとしても不思議ではない。もちろん，粘土板上で現代の我々と同じように筆算をしていたとも考えられる。ここでは，当時の書記の「単語帳」の中にある，算盤と関係がありそうな単語*maḫīṣātum*を取り上げる。紀元前一千年紀のある単語帳には，次のような類語が並べられている[1]。左欄がシュメール語，右欄が対応するアッカド語である。

16.	giš-ŠID-ma	*iṣ-ṣi mi-nu-ti*
17.	giš-níg-ŠID	〃 *nik-kás-s*[*i*]
18.	giš-níg-ŠID	*ut-tu-ku*
19.	giš-NÍG $^{\text{u-tuk-ku}}$ ŠID	〃
20.	giš-NÍG. ŠID	*ma-ḫi-ṣa-a-tum*

16行目は「計算の板」，17行目は「会計の板」であるが，小さな黒板のようなものであったかもしれない。次の18，19行目は暦に関係する何らかの計算板と考えられている。そして20行目が「計算用の道具（？）」[2]，「ある種の算盤」[3]である。右欄のアッカド語*maḫīṣātum*は，動詞*maḫaṣum*（打つ，なぐる）の派生名詞であり形としては複数形である。この*maḫāṣum*には，「傷つける」という意味もあり，畑を犁で耕すという場合にも使われている。したがって，20行目の*maḫīṣātum*は「多くの線が平行に刻まれた板，算盤」，すなわち有名なサラミスの算盤のようなものであったのではないかと考えられる。なお，紀元前5，6世紀ごろの数学文書に，*maḫāṣum*の派生名詞*miḫiltu*が線分の意味で使われている例がある。

文　献

1) B. Landsberger, *Materialien zum Sumerischen Lexkon* V, 1957, pp. 151–152.
2) A. L. Oppenheim and E. Reiner, *The Assyrian Dictionary*, vol. 10, MI, 1977, p. 102.
3) W. von Soden, *Akkadisches Handwörterbuch*, Band II, 1972, p. 584.

図　書

『バナッハ・タルスキーのパラドックス』

砂田利一著，1997. 4. 22，岩波科学ライブラリー49，
定価［1000円＋税］

和算研究の集まりの帰途のことである。最近知遇を得たT氏が熱っぽく語った。

「『バナッハ・タルスキーの定理』というのがある。定理ではなくてパラドックスともいう。意外な結果なのだが，といって実現するアルゴリズム はない。証明には『選択公理』が用いられるのだ。こういうのに遭遇すると，＜数学の正しさ＞とは一体どういうことなのかと考えてしまう。」

大体こんなことだったかと思う。因みに，あとで知った標記の書物には，定理は「大きさの異なる二つの球体KとLを考える。このとき，Kを適当に有限個に分割し，それらを同じ形のまゝ適当な方法で寄せ集めることによって，Lを作ることができる。」と述べている（p. 3）。そして球体だから出来るので円ではできないこと（p. 10），上述のようにアルゴリズムはないから，黄金の球を幾倍にも増やすようなことはできないこと（p. 9），なども記されている。

筆者はこの方面にも不案内である。昔，熱心な先輩から＜アクシォム　ド　ショワ＞とかいう表題の本を見せられたことがある程度である。だから，定理の人名も一人はすぐ忘れてしまう位だった。

ところが，それからちょうど二十日後に書店で標記の書物を見出したので，早速購入して読んでみた。対象は高校・大学生ぐらいか。

定理へのイントロや背景が中心で定理そのものの証明は付録として巻末に細字で載せてある。

そして，その個所は恐れを成してまだ読んでないのだが，本文の部分に和算を連想させる事柄があった。

ひとつは，円周の長さを求めるアンティポンの積尽法の「円の内接正多角形の周は辺の数を増やしていくと最後には円周と一致する。」（下線は筆者）を否定していることである（p. 53）。

否定は当然のことではあるが，一読したときには荻生徂徠の援軍が現れたかと驚いた。

徂徠への反論は，明治以前に「徂徠は＜無算＞だからそんなことを言うのだ。」というのが現れている。しかし，円理の勉強を積めば自ずと分かる筈だ，と言われている訳で，

それでは徂徠はうんと言うまい。明治以後，その十年代前後の幾何の教科書に，初めや途中に論理的な伏線を十分設けておいて，その上で末尾でかなりなスペースをとって，エウドクソスの積尽法によって円周の長さを求めてみせていたのを思い出したことであった。

もうひとつは，十九世紀末から二十世紀前半にかけての数学の自然科学などからの離陸（とは書いてないがそういう意味）をはっきり指摘していることである（p. 2）。

著者は，そのことを＜数学の「自己運動」＞と言っている。それから生まれた定理のひとつが，『バナッハ・タルスキーの定理』だというのである。

円理を解析学とするならば，無限級数を，円周の長さの近似としての多角形の辺の長さから離れ，意識して級数自身を対象として取り扱うようになって始めて，円理が成立したとすべきである，という論と通ずると感じた。

T氏はこの書物を読まれたのかどうかを，まだ伺う機会はないが（それは，この書物に依らなくても邦文でもこの定理を知ることが出来るから），読んでみてたしかに氏のいう＜数学の正しさ如何＞に思いを馳せたことであった。数学の自然科学などからの離陸と，実無限の把握に関してである。

後者については，和算家が形而上学的にでも考察しているかも知れず，前者については教育指導的な場面で“虚問”という語を用いているのが，あるいはそれに当たるか。拡大解釈に過ぎるのではあるが。

標記の書物は本文109頁，付録12頁の小冊子なので目次を列挙するなどはしないが，お心が動いたら御一読の上御教示賜われば有りがたい。

（田中　充）

図　書

『江戸のミリオンセラー『塵劫記』の魅力』

佐藤健一著　研成社

2000年2月5日　定価［本体1500円＋税］

このたび『塵劫記』1冊に絞ってまとめられた本が出た。佐藤健一氏の『江戸のミリオンセラー『塵劫記』の魅力』である。章立ては以下の通り。

『塵劫記』1冊といっても，周知の通り刊行当初から爆発的に売れた同書には海賊版が多く，それに対抗して原著者の吉田光由もみずから改訂版をこしらえた。その過程で旧版にはなかった新しい題材を取り入れたり，解答なしの問題（遺題）を追加するなど初版の刊行を発端にして次々に新展開がおこり，多くの有名・無名の数学者や知識人・出版業者たちを巻き込んだ歴史のドラマとなっている。

そのいきさつについては『江戸のミリオンセラー『塵劫記』の魅力』にも詳しく書かれている。同時に本書は，『塵劫記』に載せられた身近な計算の題材（米・絹・畑・舟など）を通して算術を取り巻く当時の世相を再現しようと試み，他方では当時の時代背景の分析から『塵劫記』のような本が待望される世の中の形成を辿るなど，双方向からの考察に取り組んでいる。

また光由の足跡を実際に尋ねて要所要所で写真をまじえて紹介し，読者が光由の歩んだ75年の足跡を追体験できるように配慮している。巻末には原本の写真版があり，実物の雰囲気に接することができる。ぜひ一読をお勧めしたい。（西田　知己）

編集後記

先月「数学史研究」を刊行したばかりですが，引き続いて「数学史研究」162号をお届けします。今後の会誌発行の予定ですが現在は佐藤会長の強力なご援助のもとで次号会誌163号の編集に取りかかっているところです。これで会誌発行のブランクを解消する方向が少し見えてきたという感じなのですが。……

その次の164号の原稿は会誌編集するには数が足りません。したがって，この方も引き続き皆様からの多数なるご投稿をお待ち申し上げる次第です。なお，投稿は和算に限らず数学史の広い分野の内容を期待いたしております。また，論説のみならず資料・落穂集・図書紹介等何でも結構です。会員皆様のご支援を強くお願い致します。

「数学史研究」原稿送付先
〒188-0041　東京都府中市北山町2-39-8　佐藤健一
Tel　042-572-0285

（文責：柴原英雄）

日本数学史学会　年会費　10,000円
郵便振替　00120-6-20022
新規お申し込みの方は，日本数学史学会事務局または研成社へお問い合わせください。

数学史研究

通　巻　162号（1999年7月～9月）
編集発行　日本数学史学会
〒192-0001　東京都八王子市戸吹町1100
明治大学付属中野八王子高校内　佐藤健一
TEL　0426-91-0321
FAX　0426-91-0988

発　売　㈱研成社
〒103-0014　東京都中央区日本橋蛎殻町1-6-4
電話　03-3669-1828(代)／FAX 03-3669-1850

ISSN 0386-9555

SŪGAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

No. 162

July-September, 1999

CONTENTS

Edited and Published by

The History of Mathematics Society of Japan

数学史研究　（通巻162号）平成11年9月25日

定価2500円（本体2381円）